160

Geom.
Plan. u.
(Stereom.)

Ma. 0.
160.

M. Fleideloff

Geom.

Ma.
6

Erläuterte Geometrie

das ist

Geometrische Warheiten

nach der
gewöhnlichen Art
der

Characteristick

und
nach der ordentlichen Methode
der

Vernunft-Schlüsse

deutlich und ausführlich vorgetragen
von

Johann Paul Röder
Pfarrer bey St. Leonhard.

Nürnberg,
zu finden bey Adam Jonathan Felßeckers Sel.
Erben 1754.

BIBLIOTHECA
CIVITATIS
RATISBONENSIS.

Geneigter Leser

Man rühmt fast überall den Nuzen der Mathematick und ich glaube, daß man schon in den meisten Schulen die Mathesin treibet. Aber, so viel mir bewust, mehr auf eine Mechanische als Logicalische Manier. Bey iener findet sich zwar vieler Nuzen, der den iungen Leuten angedeihen kan: bey dieser aber ist das Haubt-Werk zu suchen, das die Jugend zum ordentlichen Denken angewöhnet. Ich habe deswegen für lehrbegierige und fähige Jugend diese Absicht gefasset und nach Anrathen der neuern Philosophie die Mathesin in solche Verfassung möglichster massen zu bringen gesucht, daß sie mir bequeme seye einen Logicalischen Vortrag darnach zu machen, der Jugend aber zureiche vor sich eine vollständige Wiederhohlung anstellen zu können. Ich kan übrigens, den ganzen Sinn meiner Arbeit zu entdecken, mich folgender massen erklären. Die Haubt-Absicht gehet dahin den Verstand der Jugend zu schärfen.

Dahero seze gleich ein Compendium Logicum voraus oder vermute, daß das nothwendige aus der Logick zugleich mit erkläret werde. Einen ieden Saz, der mir vorkommt, suche ich anfangs nach seinem Nahmen und Begriffe wohl einzuschärfen und geläufig zu machen; sonderlich aber bin ich gesonnen die Erklärungen nach ihren gegebnen Regeln fleissig zu examiniren auch zu probiren, ob man es nicht auf eine andere Weise heraus bringen könne: Z. E. von dem Circul heiset es, daß er entstehe, wenn sich eine grade Linie um einen festen Punct bewege; so fraget sichs zu erste, ob es eine Wort- oder Sach-Erklärung seye. Wenn es nun heist, eine Sach-Erklärung; weil es mir das Wesen einer Sache bemerke: so fragt es sich weiter, nach was für einer Logicalischen Regel es gemachet seye, so wird geantwortet nach der ersten; denn da ich von der Sache noch nichts weis, so nehme ich solche Dinge an, die mir schon bekand sind und sehe, was durch ihre Verknüpfung heraus kommet. Oder ich mache mit dem Instrument-Zirkel eine Figur, die man Circul nennet: so kan ich nach der vierten Regel eine Sach-Erklärung finden; da ich nemlich acht habe, wie die Sache formiret werde. Nehm ich ferner die Wort-Erklärung eines Circuls, da er eine Linie heiset, deren Puncte von dem Mittel-Puncte gleich weit abstehen; so kan ich nach der andern Regel die Sach-Erklärung finden. Und so kan es auch bey andern geschehen, wo es möglich ist. Bey den Lehr-Säzen richte ich alle meine Gedanken dahin, daß die iungen Leute, die Ingredien-

tien

tien des Lehr-Sazes wohl verstehen, als da sind die Begriffe, die Bedingnis, die Aussage, die Hülfs-Linien. Bey den Hülfs-Linien weis ich sie auf die Bedingnis oder lasse sie nur rathen, ob vielleicht einer und der andere vermöge seines Wizes ein Mittel finde, das unbekande auf etwas bekandes zu reduciren. Den Beweis laß ich anfangen, wo sie wollen. Nur dirigire ich immer das Werk, damit sie sich nicht zu weit verfallen: sonsten aber kan es nicht schaden, wenn sie manchmal sehen, daß sie nach ihrer Art das Werk nicht haben hinaus führen können. Der Anfang geschiehet von dem Anschauen der Figur und das ist auch der Untersaz; dabey mus ihnen der Obersaz einfallen, der in den Schlüssen ausgedrucket, in der Characteristick aber weggelassen und nur citiret wird. Anbey aber darf man nicht glauben, daß ein Schlus in so ferne an dem andern hangen müsse, daß keiner dörfe dazwischen kommen. Nein: denn da geschiehet es gar oft und mus auch geschehen, daß man inzwischen was anders ausmache, bis man von dem vorigen wieder weiter schliessen könne; und dahero entstehen denn die Judicia intuitiva. Solchergestalt lasse sie einen Schlus nach dem andern machen und weise sie inzwischen immer auf das hin, was sie finden sollen. Denn wo das nicht geschiehet: so verflattern sich die Gemüter und kommen zu keinem gesezten Wesen nach dem zu forschen, was sie finden sollen. Hin und wieder zeige ich die Kunst-Griffe, deren sich der Mathematicus bedienet das unbekande bekand zu machen. Dieses ist eines mit von

dem nöthigsten. Und dahero habe ich etlichmal versucht einen Lehrsaz durch verschiedene Hülfs-Linien zu demonstriren, um dadurch zu weisen, daß es in Erfindung der Warheiten blos alleine darauf ankomme, daß ich mir das unbekande durch etwas anders bekand zu machen suche. Das aber kan gar vielmal auf verschiedene Weise geschehen und ist immer eine Erfindung vor der andern fruchtbarer. Ein Exempel davon hab ich an dem Pythagorischen Lehr-Saz gewiesen. Zum Beschlus will ich eine Probe anhängen, wie man die Schlüsse so einrichten könne, daß der Untersaz allezeit oben an stehe, der Obersaz aber, der mir einfällt, darauf folge und denn endlich der Schlus gemachet werde.

I Lehrsaz

Arc. D F ductus ex C = uert. ∠x

I Der Bogen D F ist aus C dem Neigungs-Puncte des ∠x gezogen

Ein ieder Bogen, der aus dem Neigungs-Puncte eines Winkels gezogen wird, ist das Maas des Winkels

E. Der Bogen D F ist das Maas des ∠x.

Arc. D F = mens. ∠x. (*num.* 1.

**

Arc F E ductus ex C = uert. ∠o

II Der Bogen F E ist aus C dem Neigungs-Puncte des ∠o gezogen

Ein

Ein ieder Bogen, der aus dem Neigungs-Puncte eines Winkels gezogen wird, ist das Maas des Winkels

E. Der Bogen FE ist das Maas des ∠o

Arc. FE = mens. ∠x. (*num.* 2.

Arc. DF = mens. ∠o. (*num.* 1.

III Gleiches nemlich Arc. DF = mens. ∠x wird zu gleichem nemlich Arc. FE = mens. ∠o addiret

Wenn man gleiches zu gleichen addiret: so kommen gleiche Summen heraus

E. Bey Arc. DF = mens. ∠x und Arc. FE = mens. ∠o kommen gleiche Summen heraus

Arc. DF + FE = Mens. ∠x + Mens. ∠o

Arc. DF + FE = DE ex eod. rad.

IV Der Bogen DE u. ∠x + ∠o ist dem dritten Arc. DF + FE gleich

Wenn 2 Sachen einer dritten gleich sind, so sind sie einander selber gleich

E. ist der Bogen DE u. Mens. ∠x + ∠o einander selber gleich

DE = Mens. ∠x + ∠o (*num.* 3.

***

DE in linea recta ductus

V Der Bogen DE ist auf einer geraden Linie gezogen

Der Bogen, der auf einer geraden Linie gezogen wird ist ein halber Circul

E. ist der Bogen DE ein halber Circul

DE = semicirc.

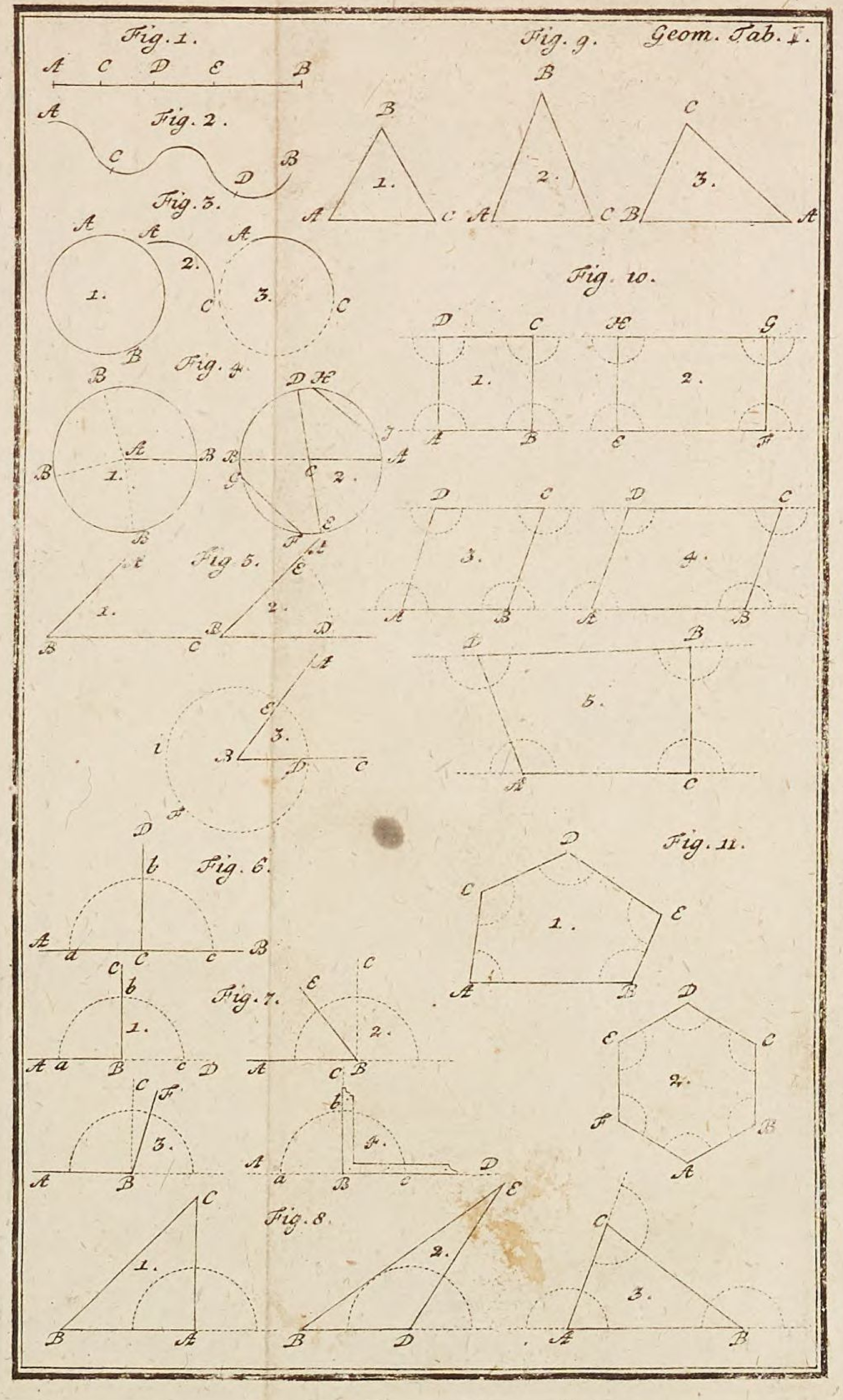
 VI Der

VI Der Bogen DE ist ein halber Circul
Ein ieder halber Circul hat 180 Grade
E. Der Bogen DE hat 180 Grade
$DE = 180^\circ$
$DE =$ Mens. $\angle x + \angle o$ (*num.* 3)

VII Das Maas des $\angle x + \angle o$ u. 180° sind dem dritten DE gleich
Wenn 2 Sachen einer dritten gleich sind, so sind sie einander selber gleich.
E. sind das Maas des $\angle x + \angle o$ u. 180° einander selber gleich.
Mens. $\angle x + \angle o = 180^\circ$
und also machen die beeden Winkel, die eine Linie auf der andern machet, zusammen 180°.

Diese Manier zu demonstriren ist die allernatürlichste: denn sie verfährt ordentlich, wie wir denken und schliesen. Bey der Methode, die ich geführet, habe diesen natürlichen Vortrag nicht aus den Augen gelassen und dahero nach der Characteristick den Untersaz zu erst gesezet und mit Worten ausgedrücket; hierauf aber den Obersaz mir einfallen lassen und den Schlus daraus gezogen und nach dem Schlus die Characteristick wieder beygefüget. Der liebe GOtt lasse diese Arbeit zu seiner Ehre und zum gemeinen Nuzen gesegnet seyn.

Er-


Geom. Tab. I.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.

Erläuterte Geometrie.

1. Erklärung.

1. Der Punct ist das erste, das sich hier gedenken lässet, den man aber ohne alle Theile gedenken mus. Wenn nun ein Punct sich von einem Orte gegen den andern beweget, so wird eine Linie beschrieben.

2. Erklärung.

2. Aehnlich und gleich sind von einander unterschieden. Denn die ähnlichen Dinge stimmen in allem dem mit einander überein, wodurch sie sonst von einander unterschieden werden; die Grösse wird ausgenommen. Gleiche Dinge sind, die ohne Schaden der Grösse für einander können gesezet werden. Das Zeichen der Aehnlichkeit ist ∽; das Zeichen der Gleichheit ist =

3. Erklärung.

3. Eine gerade Linie ist, deren Theil der ganzen ähnlich ist. Z. E. *Tab. I. Fig. 1.*

AC ∽ AB
CD ∽ AB
DE ∽ AB
EB ∽ AB

Die Theile sind ∽ dem Ganzen.
So ist AB = einer geraden Linie.

Und das kan ich wissen, wenn ich auf die Direction der Puncte Achtung gebe und sehe, ob sie bey allen immer einerley seye. Denn unser Auge kan es merken, ob ein Punct vor dem andern weiter hinauf oder herunter rücket und mithin seine Direction ändert. Es kan aber eine gerade Linie nach dem Lineal gezogen werden, welches man auf die zwey gegebnen Puncte anleget.

4. Erklärung.

Tab. I. fig. 2. 4. Eine krumme Linie ist, deren Theile der ganzen unähnlich sind. Z. E.

AC ist nicht ∽ AB
CD ist nicht ∽ AB
DB ist nicht ∽ AB

Die Theile sind nicht ∽ dem Ganzen.
So ist AB = einer krummen Linie.

Ferner

Ist AB und AC auch eine krumme Linie.
Tab. I. fig. 3. Denn die Puncte ändern ihre Direction.
C, 1. 2. 3.

Anmerkung.

5. Eine gerade Linie wird in Ruthen und eine Ruthe in 10. Schuhe, ein Schuh

in 10. Zolle und ein Zoll in 10. Linien eingetheilet Das Zeichen der Ruthen ist ein o, der Schuhe ein ', der Zolle ein '', der Linien ein '''.

5. Erklärung.

6. Ein Circul wird beschrieben, wenn eine gerade Linie sich um einen festen Punct beweget. Z. E. A ist der feste Punct und AB ist die gerade Linie; diese beweget sich um A in B, B, B &c. bis sie wieder in den Punct kommt, wo sie angefangen. Die Linie, die beschrieben wird, heist die Peripherie. *Tab. I. fig. 4. n. 1.*

6. Erklärung.

7. C, der feste Punct, ist der Mittel-Punct = centrum

DE eine grade Linie ist ein Durchmesser = diameter, gehet durch C von einem Punct der Peripherie bis zum andern. CA ist ein Halbmesser = semidiameter = radius, die Helfte des Diametri, ist eine grade Linie und gehet von dem Mittel-Punct bis an die Peripherie. FG ist eine Sehne = chorda, subtensa, gehet von einem Punct der Peripherie bis zum andern, aber nicht durch C. *Tab. I. fig. 4. n. 2.*

Anmerkung.

8. Die Peripherie eines ieden Circuls wird in 360. Grad eingetheilet. Jeder Grad bestehet aus 60. Minuten, iede Minute aus 60 Secunden &c. Ein Grad wird mit einem o, eine Minute mit einem ', eine Secunde mit einem '' bezeichnet.

7. Er-

7. Erklärung.

Tab. I. fig. 5. n. 1.

9. Wenn man zwey Linien in einem Puncte zusammen sezet, so heiset ihre Neigung gegen einander ein Winkel. Das Zeichen eines Winkels ist ∠. So ist der Winkel bey B = ∠ ad B = ∠ ABC.

Anmerkung.

Tab. I. fig. 5. n. 2. 3.

10. Das Maas des Winkels ist der Bogen, der aus seinem Neigungs-Puncte beschrieben wird und ist so gros, als gros der Bogen ein Stück ist von seinem Circul. Z. E. DE = $\frac{1}{6}$. circ. DI = 60. gr.

∠ ad B = 60° mens.

Zu solcher Arbeit gebraucht man sonst den Transporteur, dessen Mittel-Punct man auf den Neigungs-punct des Winkels und die eine Linie desselben auf die eine Linie des Winkels leget und von dar bis auf die andere Linie des Winkels die Grade abzehlet, die denn das Maas des Winkels geben.

8. Erklärung.

Tab. I. fig. 6.

11. Die Linie, die auf einer andern so stehet, daß die Winkel zu beeden Seiten einander gleich sind, ist eine perpendicular oder senkrechte Linie. Z. E.

ab = bc

∠DCA = ∠DCB

Ergo DC = lin. perpend.

= einer senkrechten Linie.

9. Er-

9. Erklärung.

12. Ein rechter Winkel, angulus rectus, ist der Winkel, den die Perpendicular-Linie macht, Z. E. Tab. I. fig. 7. n. 1.

ab = bc

∠ABC = ∠DBC

Ergo DC = lin. perpend.

∠ABC = ∠recto = rechtem Winkel.

∠DBC = ∠recto = rechtem Winkel.

Ein Winkel, der kleiner ist, als ein rechter Winkel, ist ein spiziger Winkel. Z. E. Tab. I. fig. 7. n. 2.

∠ABC = ∠recto

∠EBA < ∠ABC

∠EBA = ∠acuto = spizigem Winkel.

Ein Winkel, der grösser ist, als ein rechter Winkel, ist ein stumpfer Winkel. Z. E. Tab. I. fig. 7. n. 3.

∠ABC = ∠recto

∠ABF > ∠ABC

∠ABF = ∠obtuso = stumpfem Winkel.

∠∠acuti et obtusi = ∠∠obliqui = schiefe Winkel. Das Winkel-Maas ist ein Instrument, das nach einem rechten Winkel gemachet ist und wieder rechte Winkel macht: dahero ist ABC = ∠recto; weil ab = bc ist. Tab. I. fig. 7. n. 4.

10. Erklärung.

13. Wenn Linien einen Raum schliesen, so nennt man es eine Figur, figura. Sind

es

es gerade Linien: so ist es eine geradelinichte Figur, figura rectilinea. Nach der Anzahl der Linien oder Seiten gibt es wieder verschiedene Nahmen der Figuren und werden mit dem Nahmen Ecke, angulum, und der Zahl ihrer Seiten determiniret. Z. E. drey Seiten schliesen einen Raum ein: so ist es ein Dreyeck, triangulum; vier Seiten, ein Viereck quadrangulum &c.

Die Dreyecke oder Triangel können wieder ins besondre nach Beschaffenheit ihrer Winkel und Seiten betrachtet werden. Ist ein rechter Winkel in einem Dreyecke: so ist es ein rechtwinkelichtes Dreyeck, triangulum rectangulum. Z. E. bey A ist ein rechter Winkel und also ist CAB ein rechtwinkelichtes Dreyeck. (*Tab. I. fig. 8, n. 1.*) Ist ein stumpfer Winkel in einem Dreyecke: so ist es ein stumpfwinklichtes Dreyeck, triangulum obtusangulum. Z. E. D ist ein stumpfer Winkel; also ist BDE ein stumpfwinkelichtes Dreyeck. (*Tab. I. fig. 8. n. 2.*) Sind drey spizige Winkel in einem Dreyecke: so ist es ein spizwinkelichtes Dreyeck, triangulum acutangulum, Z. E. A, B, C sind drey spizige Winkel; also ist ABC ein spizwinkelichtes Dreyeck. (*Tab. I. fig. 8. n. 3.*)

Was die Seiten anbelangt, so sind entweder alle Seiten einander gleich und daher entstehet ein gleichseitiger Triangel, triangulum aequilaterum. Z. E. AB = BC = AC; so ist ABC ein gleichseitiger Triangel. (*Tab. I. fig. 9. n. 1.*)

Oder

Oder es sind nur zwo Seiten einander gleich und daher entstehet ein gleichschenkelichter Triangel, triangulum aequicrurum, isosceles. Z. E. AB = BC: so ist ABC ein gleichschenkelichter Triangel. *Tab. I. fig. 9. n. 2.*

Oder es ist keine Seite der andern gleich und daher entstehet ein ungleichseitiger Triangel, triangulum scalenum, Z. E. AB, BC, AC sind einander nicht gleich und also ist ABC ein ungleichseitiger Triangel. *Tab. I. fig. 9. n. 3.* Das Zeichen eines Triangels überhaubt ist △.

11. Erklärung.

14. Wenn vier gerade Linien einen Raum schliesen, so entstehet ein geradelinichtes Viereck. Sind die Seiten einander gleich und vier rechte Winkel da; so ist es ein Quadrat, quadratum Z. E. AB = BC = CD = DA & ∠A = recto = ∠B = ∠C = ∠D; so ist ABCD ein Quadrat. Das Zeichen des Quadrats ist □ *Tab. I. fig. 10. n. 1.*

Sind die zwo gegen einander gesezte Seiten einander gleich und 4 rechte Winkel da: so ist es ein länglichtes Viereck, Quadratum oblongum oder Rectangulum. Z. E. EF = GH und FG = HE; ferner ∠E = recto = F = G = H; so ist EFGH ein länglichtes Viereck. Das Zeichen ist ▭. *Tab. I. fig. 10. n. 2.*

Sind die vier Seiten einander gleich und lauter schiefe Winkel da; so ist es eine Raute, Rhombus Z. E. AB = BC = CD = DA *Tab. I. fig. 10. n. 3.*

= DA und ∠∠ A, B, C, D = ∠∠ obliquis; so ist ABCD eine Raute.

Sind die zwo einander entgegen gesezte Seiten einander gleich und vier schiefe Winkel da; so ist es eine länglichte Raute, Rhomboides. Z. E. AB = CD und BC = AD; ferner die ∠∠ A, B, C, D = ∠∠ obliquis; so ist ABCD eine länglichte Raute. *Tab. I. fig. 10. n. 4.*

Die übrigen Vierecke, die nicht zu diesen 4. Arten können gerechnet werden, heiset man Trapezia. Z. E. AD, DB, BC, CA sind die vier Seiten, die einander nicht gleich sind; ferner ∠ A = obtuso, ∠ C = recto, ∠ B = acuto, ∠ D = acuto: so ist ABCD ein Trapezium. *Tab. I. fig. 10. n. 5.*

12. Erklärung.

15. Die Figuren, die mehr als vier Seiten haben, sie mögen ein ander gleich seyn oder nicht, heist man Polygone oder Vielecke: können aber nach der Zahl ihrer Seiten determiniret werden; als Fünfecke, wenn fünf Seiten da sind ꝛc. Z. E. ABCDE ist ein Fünfeck und ABCDEF ist ein Sechseck. *Tab. I. fig. 11. n. 1. 2.*

13. Erklärung.

16. Reguläre Figuren sind, wo die Winkel und Seiten einander gleich sind, als ABCDEF. Irreguläre Figuren sind, wo die Winkel und Seiten einander nicht gleich sind, als ABCDE. *Tab. I. fig. 11. n. 2 n. 1.*

14. Er-

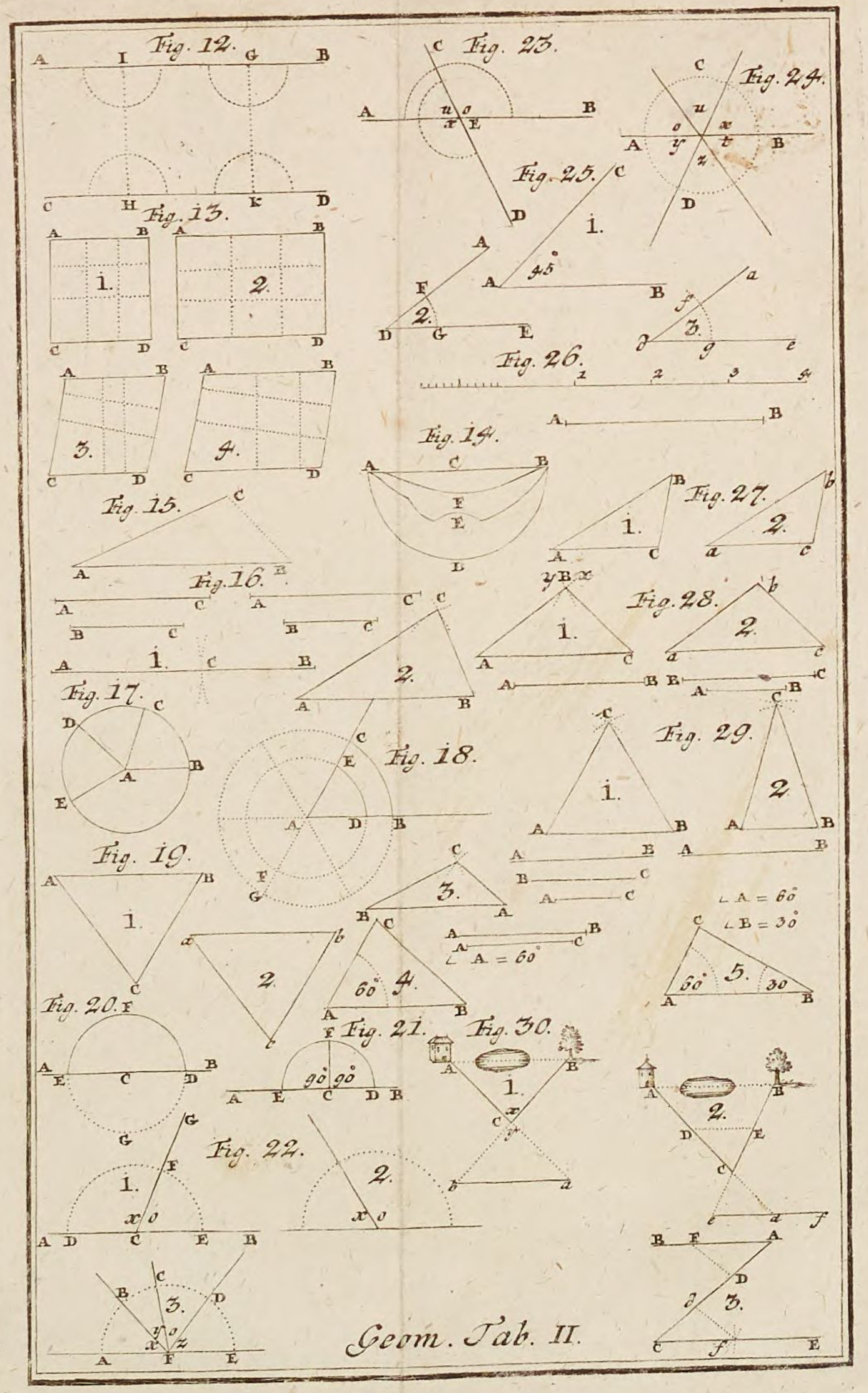


Fig. 12.
Fig. 13.
Fig. 14.
Fig. 15.
Fig. 16.
Fig. 17.
Fig. 18.
Fig. 19.
Fig. 20.
Fig. 21.
Fig. 22.
Fig. 23.
Fig. 24.
Fig. 25.
Fig. 26.
Fig. 27.
Fig. 28.
Fig. 29.
Fig. 30.

Geom. Tab. II.

14. Erklärung.

17. Parallel-Linien sind, die immer einerley Weite von einander behalten: sie behalten aber immer einerley Weite, wenn die Linien, die dazwischen gezogen werden, einander gleich sind und rechte Winkel machen. Z. E. AB und CD sind Parallel-Linien: Denn IH = GK und I = H = ∠ recto und G = K = ∠ recto. *Tab. II. fig.* 12.

15. Erklärung.

18. Parallelogramma sind die Vierecke, deren Seiten einander parallel sind, und das sind Quadrat, länglichtes Viereck, Raute, länglichte Raute. So ist □ ABCD ein Parallelogrammum: denn die Perpendicular-Linien, die da gezogen, sind einander gleich. Einerley Bewandnis hat es auch mit den übrigen. *Tab. II. fig.* 13. n. 1. 2. 3. 4.

I. Grundsaz.

19. Zwischen zweyen Puncten kan nur eine gerade Linie seyn.

Anmerkung.

20. Man kan es probiren mit dem Lineale. Denn wo ich dasselbe an die beeden Puncte anlege; da werde ich keine Linie mehr, als nur eine ziehen können. Die Ursache steckt hierinnen, daß eine grade Linie nach immer einer Direction gezogen wird oder ein ieder Theil, so klein er immer ist, seinem ganzen ähnlich ist. Hingegen verändern krumme Linien ihre Direction oder haben Theile, die dem ganzen

zen unähnlich sind. Z. E. A und B sind die beeden Puncte und ABC ist die einzige grade Linie: ADB, AEB, AFB sind die krummen Linien, die zwischen die beeden Puncte A und B gezogen sind.

Tab. II. fig. 14.

1. Zusaz.

21. So können also zwey grade Linien keinen Raum einschliesen. Denn die Linien, die einen Raum einschliesen sollen, müssen in ihren äusersten Puncten zusammen stossen. Wenn nun Z. E. AB und AC einen Raum einschliesen sollten, so müsste das Punct A auf A und C auf B fallen. Und also könten zwischen zwey Puncten A und B mehr als eine grade Linie nemlich die Linien AC und AB gezogen werden. Das aber ist falsch und folglich mus noch eine oder mehrere Linien dazu kommen.

Tab. II. fig. 15.

2. Zusaz.

22. Folgends müssen zwey Seiten in einem △ zusammen genommen grösser seyn, als die dritte. Denn man seze AC und BC seyen so gros als AB: so werden ihre äusersten Puncte auf die Linie AB fallen; sind sie aber nur ein wenig grösser, so fallen sie schon über AB hinaus und schliesen einen Raum ein.

Tab. II. fig. 16. n. 1. 2.

II. Grundsaz.

23. Alle Radii eines Circuls sind einander gleich.

Anmerkung.

24. Das folgt aus der Erklärung des Cir-

Circuls: denn weil eine und einerley grade Linie sich um den festen Punct beweget, diese aber zugleich der Radius ist: so müssen alle Radii eines Circuls einander gleich seyn. Z. E. AB ist die grade Linie und der Radius, so ist auch AC eben die grade Linie ingleichen AD, AE &c. *Tab. II. fig. 17.*

III. Grundsaz.

25. Alle Bogen, welche aus der Spize eines Winkels innerhalb seinen Schenkeln beschrieben werden, haben eine gleiche Zahl Grade.

Anmerkung.

26. Ein ieder Circul, er mag gros oder klein seyn, hat 360°: so mus auch ein gleich grosses Stück eines grossen oder kleinen Circuls eine gleiche Zahl der Grade haben. Z. E. DE ist ein so grosses Stück neimlich $\frac{1}{8}$ von seinem Circul DEF, als BC von seinem Circul BCG. So haben also DE und BC eine gleiche Zahl Grade. *Tab. II. fig. 18.*

Zusaz.

27. Dahero gilt es gleich viel, ob man einen kleinen oder grossen Radium annimmt den Bogen zu beschreiben. Und eben daraus erhellet, warum alle Transporteurs einerley Maas angeben.

IV. Grundsaz.

28. Wenn gerade Linien und Winkel einander decken, so sind sie einander gleich und wenn sie gleich sind, decken sie einander.

Anmerkung.

29. Gerade Linien, wenn sie einander decken, müssen von Punct zu Punct von dem ersten bis zu dem letzten einander decken. Und weil zwischen zwey Puncten nur eine gerade Linie seyn kan: so decken also die geraden Linien einander, die zwischen einerley Puncten gezogen sind. Bey den Winkeln sehe ich nicht, wie gros die Linien sind: sondern lege nur den Neigungs-Punct auf einander und betrachte, ob die beeden Linien auf einander fallen. Zur Deckung der geraden Linien und Winkel wird nur gleiche Grösse erfordert: denn vor sich sind sie schon einander ähnlich.

V. Grundsaz.

30. Figuren, die einander decken, sind einander gleich und ähnlich, und die gleich und ähnlich sind, decken einander. Figuren, die einander decken, haben auch gleiche nehmliche Seiten und Winkel.

Anmerkung.

31. Gleiche Figuren decken einander nicht, wann sie nicht zugleich einander ähnlich sind. Bey Deckung der Figuren mus man Achtung geben auf ihre Seiten und Winkel. Sollen die Winkel einander decken, so fallen die beeden Linien aus ihrem Neigungs Punct auf einander. Wenn die Seiten einander decken sollen, müssen ihre äusersten Puncte auf einander fallen. Fallen nun die äusersten Puncte aufeinander, so decket auch der ganze Umfang einander: denn zwischen 2. Puncten kan nur eine gerade Linie seyn. Wir reden aber von gerad-

radlinichten Figuren. Decket nun der Umfang einander: so sind die Figuren gleich und ähnlich §. 13; so haben sie auch gleiche nehmliche Seiten und Winkel §. 28. Z. E. ABC und abc sind △, die sollen einander decken: so fällt der Punct A auf a, die Linie AB auf ab und der Punct B auf b; der ∠ A decket den ∠ a, so fällt AC auf ac und C auf c, ferner die Linie CB auf cb. Und so deckt der ganze Umfang einander; weil die äussersten Puncte einander decken: so sind die △ ABC und △ abc einander gleich und ähnlich; haben auch gleiche nehmliche Seiten und Winkel. *Tab. II. fig. 19 n. 1. 2.*

VI. Grundsaz.

32. Wenn zwey Figuren oder Linien auf einerley Art erzeuget oder beschrieben werden und dasienige, woraus sie erzeuget oder beschrieben werden, beederseits einander ähnlich ist; so sind die Figuren und Linien einander ähnlich.

Zusaz.

33. Da nun alle Puncte und gerade Linien einander ähnlich sind und ein ieder Circul erzeuget wird, wenn eine gerade Linie sich um einen festen Punct beweget §. 6: so müssen alle Circul und ihre Peripherien einander ähnlich seyn.

VII. Grundsaz.

34. Wenn zwey Winkel einerley Maas haben, sind sie einander gleich und wenn sie gleich sind, haben sie einerley Maas.

Anmerkung.

35. Bey den Winkeln kommt es auf nichts mehr als auf die Weite der Schenkel an und diese Weite ist vermöge des Circul-Bogens auch das Maas der Winkel: folglich haben sie einerley Weite, so haben sie einerley Maas, so sind sie einander gleich.

VIII. Grundsaz.

36. Auf ieder geraden Linie kan man aus einem angenommenen Puncte einen halben Circul beschreiben.

Anmerkung.

37. Das kan niemand laugnen, daß ich aus einem angenommenen Puncte einen Circul-Bogen machen könne: vielleicht aber wird es nicht so leicht iemand gleich einsehen / warum es iust ein halber Circul seye. Jedoch man bedenke, daß weil AB einerley Direction behält, oben her eben so viel Raum seye / als unter derselben. Ist nun dieses; so mus der obere Bogen von D bis auf E einen so grossen Umfang machen / als der untere Bogen von E bis auf D. Wenn nun die beeden Bogen einen ganzen Circul machen *Tab. II. fig. 20.* und einer so gros ist als der andere, so mus auch DFE ein halber Cirkul seyn, wie DGE.

Zusaz.

38. Wenn man aus dem Mittel-Puncte *Tab. II. fig. 21.* C eine Perpendicular-Linie CF aufrichtet, so sind die beeden Winkel einander gleich §. 11. Derowegen hat ein rechter Winkel zu seinem Maas einen Quadranten das ist 90. gr. §. 8. und sind demnach alle rechte Winkel einander gleich §. 34. Ja ein Winkel, der einem rechten

ten gleich ist, ist ein rechter Winkel §. 34. Da nun ferner ein ganzer Circul vier Quadranten hat, so ist er das Maas von vier rechten Winkel.

IX. Grundsaz.

39. Zwey Bogen und Linien, die auf einer Basi stehen, können sich nicht mehr, als in einem Puncte schneiden.

Anmerkung.

40. Denn wo sie sich mehr, als in einem Puncte schneiden sollen, da müssen sie auch grösser oder kleiner werden.

Zusaz.

41. So müssen also gleiche Linien sich in einerley Puncte schneiden und in einen Punct zusammen fallen. §. 29.

I. Lehrsaz.

42. Die beeden Winkel, die eine Linie auf einer andern Linie machet, machen zusammen 180. gr. *Tab. II. fig. 22. n. 1.*

Arc. DF ductus ex C = uert. ∠ x
§. 10

Arc. DF = menſ. ∠ x (*num.* 1.
* *

Arc. FE ductus ex C = uert. ∠ o
§. 10

Arc. FE = menſ. ∠ o (*num.* 2.
Arc. DF = menſ. ∠ x (*num.* 1.

Arc. DF + FE = menſ. ∠x + ∠o
Arc. DF + FE = DE ex eodem rad.

Arc. DE = menſ. ∠x + ∠o (*num.* 3.

* * *

Arc. DE in linea recta ductus
§. 36

Arc. DE = ſemicirculo
§. 8

Arc. DE = menſ. 180°
Arc. DE = menſ. ∠x + o (*num.* 3.

Menſ. ∠x + o = menſ. 180° Q. E. D.
So machen die beeden Winkel, die eine Linie auf der andern machet, zuſammen 180°.

Per Syllogismos

Arc. DF ductus ex C = uert. ∠x
I Der Bogen DF iſt aus C dem Neigungs-Puncte des ∠x gezogen
Ein ieder Bogen, der aus dem Neigungs-Puncte eines Winkels gezogen wird, iſt das Maas des Winkels
E. der Bogen DF iſt das Maas des ∠x
Arc. DF = menſ. ∠x (*num.* 1.

* *

Arc. FE ductus ex C = uert. ∠o
II Der Bogen FE iſt aus C dem Neigungs-Puncte des ∠o gezogen
Ein ieder Bogen, der aus dem Neigungs-Pun-

Puncte eines Winkels gezogen wird, ist das Maas des Winkels.

E. der Bogen FE ist das Maas des Winkels o

Arc. FE = mens. ∠ o (*num.* 2.

Arc. DF = mens. ∠ x (*num.* 1.

III Gleiches nemlich Arc. DF = mens. ∠ x wird zu gleichen nemlich Arc. FE = mens. ∠ o addiret

Wenn man gleiches zu gleichem addiret: so kommen gleiche Summen heraus

E. bey Arc. DF = mens. ∠ x und Arc. FE = mens. ∠ o kommen gleiche Summen heraus.

Arc. DF + FE = Mens. ∠ x + ∠ o

Arc. DF + FE = DE ex eodem radio

IV Der Bogen DE und Mens. ∠ x + o ist dem dritten Arc. DF + FE gleich

Wenn 2 Sachen einer dritten gleich sind, so sind sie einander selber gleich

E. ist der Bogen DE und Mens. ∠ x + ∠ o einander selber gleich

DE = Mens. ∠ x + ∠ o (*num.* 3.

* * *

DE in linea recta ductus

V Der Bogen DE ist auf einer geraden Linie gezogen

Der Bogen, der auf einer geraden Linie gezogen wird, ist ein halber Circul

E. ist der Bogen DE ein halber Circul

DE = semicirculo

VI Der Bogen DE ist ein halber Circul
Ein ieder halber Circul hat 180 Grade
E. der Bogen DE hat 180 Grade
$DE = 180^\circ$
$DE = Mens. \angle x + \angle o$ (*num.* 3.

VII Das Maas des $\angle x + \angle o$ und 180° sind dem dritten DE gleich
Wenn 2 Sachen einer dritten gleich sind, so sind sie einander selber gleich
E. sind das Maas des $\angle x + \angle o$ und 180° einander selber gleich
$Mens. \angle x + \angle o = 180^\circ$

Und also machen die beeden Winkel, die eine Linie auf der andern machet, zusammen 180° Q. E. D.

Anmerkung.

43. Die Winkel, die aus einem Neigungs-Puncte gezogen werden, nennet man angulos contiguos oder Neben-Winkel. Stehen sie auf einer geraden Linie, so sind es anguli deinceps positi.

Zusaz.

44. Zwey Neben-Winkel, die auf einer geraden Linie stehen, machen 180°: wenn ich nun den einen abziehe; so bleibt das Maas des andern übrig. Z. E.

Tab. II. fig. 22. n. 2.

$$\begin{array}{rcl} x + o & = & 180^\circ \\ x & = & 60^\circ \\ \hline o & = & 120^\circ \end{array}$$

Stehen

Stehen mehr als zwey Neben-Winkel auf einer geraden Linie, so kan ich den Lehrsaz auf sie appliciren; wenn ich seze, daß die mehrern Bogen zusammen genommen dem halben Circul gleich seyen, und folglich müssen alle Neben-Winkel, die auf einer geraden Linie stehen, 180° machen. *Tab. II. fig. 24. n. 3.*

II. Lehrsaz.

45. Wenn eine Linie die andere schneidet, so sind die Vertical-Winkel einander gleich *Tab. II. fig. 23.*

Secetur AB per CD

---

o = x

Demonstratio.

Ducatur ex E in AB semicirc.

Ducatur ex E in CD semicirc.

o + u = ∠∠ deinceps pos.

180° = ∠∠ deinceps pos.

---

o + u = 180° (*num.* 1

* * * *

u + x = ∠∠ deinceps pos.

180° = ∠∠ deinceps pos.

---

u + x = 180°

u + o = 180° (*num.* 1

---

u + x = u + o

u = u

---

x = o

E. ∠∠

E. ∠∠ uerticales sunt aequales

Q. E. D.

Per Syllogismos

∠∠ u + o = ∠∠ deinceps posit.

I Die Winkel u + o sind Neben-Winkel, die auf einer geraden Linie stehen

Die Neben-Winkel, die auf einer geraden Linie stehen, machen zusammen 180°

E. Die Winkel o + u machen zusammen 180°

$$o + u = 180°$$

* *

∠∠ u + x = ∠∠ deinceps posit.

II Die Winkel u + x sind Neben-Winkel, die auf einer geraden Linie stehen

Die Neben-Winkel, die auf einer geraden Linie stehen, machen zusammen 180°

E. die Winkel u + x machen zusammen 180°

$$u + x = 180°$$

$$u + o = 180° \quad \textit{Syll. I.}$$

III Die Winkel u + x und u + o sind dem dritten nemlich 180° gleich

Wenn 2 Sachen einer dritten gleich sind, so sind sie einander selber gleich

E. die Winkel u + x und u + o sind einander selber gleich

$$u + x = u + o$$

$$u \quad = u$$

IV

IV Von gleichen $u + x = u + o$ wird gleiches nemlich u subtrahiret

Wenn man gleiches von gleichen subtrahiret, so bleibet gleiches übrig

E. bey gleichen $u + x = u + o$ bleibt gleiches übrig

$$x = o$$

So sind die Vertical-Winkel einander gleich Q. E. D.

Anmerkung.

46. Vertical-Winkel haben diesen Nahmen vermutlich daher bekommen; weil sie gleichsam einander auf den Köpfen stehen. Es sind aber Vertical-Winkel solche Winkel, die einander gegenüber stehen; wenn zwo Linien einander durchschneiden.

III. Lehrsaz.

47. Alle Winkel, die um einen Punct herum sind, machen zusammen 360° oder vier rechte Winkel. *Tab. II. fig. 14.*

Sint $\angle\angle o + u + x + y + z + t$ circa centr.

$\angle\angle o + u + x + y + z + t = 360° = 4 \angle\angle$ rect.

Demonstratio.

Ducatur ACB = semicirc. §. 36.

Ducatur ADB = semicirc. §. 36.

$o + u + x = \angle\angle$ deinceps pos.

$180° = \angle\angle$ deinceps pos.

$o + u + x = 180°$, I.

* *

$y+z+t = \angle\angle$ deinceps pos.
$180^\circ = \angle\angle$ deinceps pos.

$y+z+t = 180^\circ$.
$o+u+x = 180^\circ$ *ui.* I.

$o+u+x+y+z+t = 360^\circ = 4\ \angle\angle$ rectis §. 38.
$\angle\angle$ circa centrum $= 360^\circ = 4\ \angle\angle$ rectis.

Per Syllogismos

$\angle\angle\, o+u+x = \angle\angle$ deinceps posit.

I Die $\angle\angle\, o+u+x$ sind Neben-Winkel, die auf einer geraden Linie stehen.
Die Neben-Winkel, die auf einer geraden Linie stehen, machen zusammen 180°
E. die $\angle\angle\, o+u+x$ machen zusammen 180°
$\angle\angle\, o+u+x = 180^\circ$

* *

$\angle\angle\, y+z+t = \angle\angle$ deinceps posit.

II Die $\angle\angle\, y+y+t$ sind Neben-Winkel, die auf einer geraden Linie stehen
Die Neben-Winkel, die auf einer geraden Linie stehen, machen zusammen 180°
E. die $\angle\angle\, y+z+t$ machen zusammen 180°
$\angle\angle\, y+z+t = 180^\circ$
$\angle\angle\, o+u+x = 180$ (*Syllog. I.*

III

III Zugleichen ∠∠ $o + u + x = 180°$ wird gleiches ∠∠ $y + z + t = 180°$ addiret.
Wenn man gleiches zu gleichen addiret: so kommen gleiche Summen heraus
E. bey gleichen ∠∠ $o + u + x = 180°$ und ∠∠ $y + z + t = 180°$ kommen gleiche Summen heraus
∠∠ $o + u + x + y + z + t = 360°$
4 ∠∠ rect. = 360

IV Die ∠∠ $o + u + x + y + z + t$ und 4 ∠∠ rect. sind einem dritten 360° gleich.
Wenn 2 Sachen einer dritten gleich sind, so sind sie einander selber gleich.
E. die ∠∠ $o + u + x + y + z + t$ und 4 ∠∠ rect. sind einander gleich
∠∠ $o + u + x + y + z + t = 4$ ∠∠ rectis.

So machen die Winkel, die um einen Punct herum sind, zusammen 360° oder vier rechte Winkel. Q. E. D.

I. Aufgabe.

48. Einen vorgegebenen Winkel zu messen.

Auflösung.

I. Auf dem Papiere gebrauchet man den Transporteur und zehlet die Grade ab, die man verlanget §. 10. *Tab. II. fig. 25. n. 1.*

II. Auf dem Felde bedienet man sich des Winkelmessers, der mir ebenfalls das Maas des verlangten Winkels gibt.

Der Beweis gründet sich auf §. 27.

II. Aufgabe.

Tab. II. fig. 26. 49. Eine gerade Linie zu messen.

Auflösung.

Auf dem Papiere machet man einen Maasstab von einer Linie, die gehöriger massen eingetheilet ist §. 5. und von derselben nimmt man das verlangte Maas. Auf dem Felde hat man Ketten oder Schnüre oder Stangen, die zum Maas gebrauchet werden.

III. Aufgabe.

50. Einen Winkel zu machen, der so gros ist, wie ein anderer gegebener Winkel.

Auflösung.

Der erste Fall: wenn der Winkel in Graden gegeben ist; so nehm ich den Transporteur oder Winkelmesser und schneide so viele Grad ab, als man verlanget.

Tab. II. Fig. 25. n. 2. 3. Der andere Fall ist: wenn der Winkel auf dem Papiere gegeben ist, so nehm ich den Bogen, den ich auf DE gemacht und trag ihn auf de, schneide mit der Weite FG das verlangte Maas fg ab und ziehe die Linie da durch f; so ist es geschehen.

Beweis des andern Falles.

$$dg = DG$$
$$fg = FG$$
§. 25.

---

arc. fg = FG

* * *

arc. fg = mens. ∠fdg
arc FG = mens. ∠FDG
fg = FG

---

mens. ∠fdg = mens. ∠FDG
Ergo ∠fdg = ∠FDG § 34.

IV. Lehrsatz.

51. Wenn in zweyen Triangeln ein Winkel und seine zwo Seiten, die ihn einschliesen, gegeben werden: so sind die ganzen Triangel gleich und ähnlich und mithin die nehmliche Seiten und Winkel gleich. *Tab. II. fig. 27. n. 1. 2.*

Sint △ △ abc et ABD
∠a = ∠A
ac = AC
ab = AB

△ abc ∽ et △ ABC
Ergo bc BC
et b = B
et c = C

Demonstratio

Assumatur

Punct. a cad. in A
ab = AB *ex hypoth.*
§. 31

---

ab congruit AB (*num.* 1
et
Punct. b cadit in B (*num.* 2
* *
∠ a = ∠ A *ex hypoth.*
§. 29

---

ac cadit in AC
ac = AC *ex hypoth.*
§. 31

---

ac congr. AC (*num.* 3
et
Punct. c cadit in C (*num.* 4
* * *
Punct. b cadit in B (*num.* 2
Punct. c cadit in C (*num.* 4

---

b c congruit BC
a c congruit AC (*num.* 3
ab congruit AB (*num.* 1

△ abc congruit △ ABC
§. 31

△ abc ∽ et = △ ABC
bc = BC
∠b = ∠B
∠c = ∠C

Per Syllogismos

ab = AB *ex hypoth.*

I Die Seiten ab und AB sind einander gleich
Seiten, die einander gleich sind, decken einander und ihre äuserste Puncte fallen auf einander
E. Die Seiten ab und AB decken einander und ihre äuserste Puncte fallen auf einander

ab congruit AB (*num.* 1
et
Punct b cadit in B (*num.* 2
* *
∠ a = ∠ A *ex hypoth.*

II Der Winkel a ist gleich dem ∠ A
Winkel, die einander gleich sind, decken einander und ihre Schenkel fallen auf einander
E. Der ∠ a und ∠ A decken einander und ihre Schenkel fallen auf einander

ac cadit in AC
ac = AC *ex hypoth.*

III Die Seiten ac und AC sind einander gleich
Seiten, die einander gleich sind, decken einander und ihre äuserste Puncte fallen auf einander
E. Die Seiten ac und AC decken einander und ihre äuserste Puncte fallen auf einander

ac congruit AC (*num.* 3
et
Punct. c. cadit in C (*num.* 4
* * *
Punct. b cadit in B (*num.* 2
Punct. c cadit in C (*num.* 4

IV Die Seiten b c und BC sind zwischen einerley Puncten gezogen

Seiten, die zwischen einerley Puncten gezogen werden, decken einander.

E. Die Seiten bc und BC decken einder.

bc congruit BC

ac congruit AC (*num.* 3

ab congruit AB (*num.* 1

V Der Umfang des △ abc deckt den Umfang des △ ABC

Figuren, deren Umfang einander decket, decken einander selbst

E. Die △ abc und △ ABC decken einander selbst

△ abc congruit △ ABC

VI Das △ abc und △ ABC decken einander

Figuren, die einander decken, sind einander gleich und ähnlich

E. Das △ abc und △ ABC sind einander gleich und ähnlich

△ abc ∽ et = △ ABC

VII Das △ abc ist gleich und ähnlich dem △ ABC

Figuren, die einander gleich und ähnlich sind, haben auch gleiche nehmliche Seiten und Winkel

E. Das △ abc und △ ABC haben gleiche nemliche Seiten und Winkel

$bc = BC$
$\angle b = \angle B$
$\angle c = \angle C$
Q. E. D.

V Lehrsaz..

52. Wenn in zweyen Triangeln eine Seite und die zwey Winkel, die auf derselben stehen, einander gleich sind: so sind die ganzen Triangel gleich und ähnlich und mithin die nehmliche Seiten und Winkel einander gleich. *Tab. II. fig. 27. n. 1. 2.*

$\angle a = \angle A$
$\angle b = \angle B$
$ab = AB$

$\triangle abc =$ et $\backsim ABC$
Ergo $ac = AC$
et $bc = BC$
et $\angle c = \angle C$

Demonstratio
Assumatur
Punct. a cadit in A (*num.* 1.
$ab = AB$ *ex hypoth.*
§. 31

Punct. b. cadit in B. (*num.* 2
* * *
$\angle a = \angle A$ *ex hypoth.*
§. 29.

---

ac cadit in AC (*num.* 3

* * *

∠ b = ∠ B *ex hypoth.*

§. 29.

---

b c cadit in B C (*num.* 4.

* * *

aç ſecat bç

et

Aç ſecat B C

§. 39.

ob punctum inciſionis unicum

---

ac ſecat b c in c

A C ſecat BC in C

ac cadit in A C (*num.* 3.

b c cadit in B C (*num.* 4.

§. 39.

Punct. c cadit in C

Punct. a cadit in A (*num.* 1

Punct. b cadit in B (*num.* 3

§. 31

△ abc ∽ et = △ ABC

a c = A C

b c = B C

∠ c = ∠ C

Ergo datis una linea et duobus angulis eidem inſidentibus △ ſunt ſimilia et aequalia Q. E. D.

Per Syllogiſmos

ab = A B *ex hypoth.*

1 Die Seiten ab u. AB. ſind einander gleich.

Sei=

Seiten, die einander gleich sind, decken
einander und ihre äusersten Puncte fallen auf einander

E. Die Seiten ab und AB decken einander und ihre äuserste Puncte fallen auf einander

Punct. a cadit in A. (*num.* 1

Punct. b cadit in B. (*num.* 2

* *

∠ a = ∠ A *ex hypoth.*

II Der ∠ a u. ∠ A sind einander gleich.
Winkel, die einander gleich sind, decken einander und ihre Schenkel fallen auf einander

Erg. Der ∠ a u. ∠ A decken einander und ihre Schenkel fallen auf einander

ac cadit in AC (*num.* 3

* * *

∠ b = ∠ B *ex hypoth.*

III Der ∠ b u. ∠ B sind einander gleich.
Winkel, die einander gleich sind, decken einander und ihre Schenkel fallen auf einander.

E. Der ∠ b und ∠ B decken einander und ihre Schenkel fallen auf einander

bc cadit in BC (*num.* 4

* * *

ac secat bc
und
AC secat BC

IV Die Seiten ac und bc wie auch AC und BC schneiden sich

Seiten, die einander schneiden, können sich nur in einem Puncte schneiden

E. Die Seiten ac und bc, wie auch AC und BC können sich nur in einem Puncte schneiden

ac secat bc in c
AC secat BC in C
ac cadit in AC (*num.* 3
bc cadit in BC (*num.* 4

V Die Seiten ac und AC, wie auch bc und BC fallen auf einander und schneiden sich

Die Seiten, die auf einander fallen und sich schneiden, fallen auch in einerley Punct zusammen

E. Die Seiten ac und AC, bc und BC fallen in einerley Punct zusammen

Punct. c cadit in C
Punct. a cadit in A (*num.* 1
Punct. b cadit in B (*num.* 2

h. e

Punct. △ abc cadunt in puncta △ ABC

VI Das △ abc und △ ABC sind geradlinichte Figuren, deren äuserste Puncte auf einander fallen

Ge-

Geradelinichte Figuren, deren äuserste Puncte auf einander fallen, decken einander

E. △ abc und △ ABC decken einander

△ abc congr. △ ABC

VII Das △ abc und △ ABC sind Figuren, die einander decken

Figuren, die einander decken, sind einander gleich und ähnlich

E. Das △ abc und △ ABC sind einander gleich und ähnlich.

△ abc ∽ et = △ ABC

VIII Das △ abc und △ ABC sind einder gleich und ähnlich

Figuren, die einander gleich und ähnlich sind, haben auch gleiche nehmliche Seiten und Winkel

E. Das △ abc und △ ABC haben gleiche nehmliche Seiten und Winkel.

ac = AC

bc = BC

∠c = ∠C

und also

wenn in 2. Triangeln eine Seite und die 2 auf derselben stehende Winkel einander gleich sind, so sind die beeden Triangel einander selber gleich und ähnlich. Q. E. D.

VI Lehrsaz.

53. Wenn in zweyen Triangeln drey Seiten einander gleich sind: so sind die *Tab. II. fig. 28. n. 1. 2.*

ganzen Triangel einander gleich und ähnlich und mithin alle Winkel einander gleich.

ac $=$ AC
ab $=$ AB
bc $=$ BC

△ abc $=$ et ∽ △ ABC
Ergo ∠b $=$ ∠ A.
et ∠a $=$ ∠ B.
et ∠c $=$ ∠ C.

Demonſtratio
Aſſumatur
Punct. a cad. in A (*num.* 1
ac $=$ AC *ex hypoth.*

Punct. c. cadit in C (*num.* 2
* *
ab $=$ AB *ex hypoth.*
ob
eundem radium
§. 23

Punct. b cadit in arc. y (*num.* 3
Punct. B cadit in arc. y
* * *
bc $=$ BC
ob
eundem radium
§. 23

Punct. b cadit in arcum x
Punct. B cadit in arcum x

Punct.

Punct. b cadit in arcum y (*num.* 3
Punct. B cadit in arcum y
Arc x secat arcum y

Punct. b cadit in incisionem
Punct. B cadit in incisionem
ob
punctum incisionis unicum
§. 39

Punct. b cadit in B
* * *
Punct. b cadit in B
Punct. a cadit in A (*num.* 1
Punct. c cadit in C (*num.* 2

△ abc ∽ et = △ ABC
∠ a = ∠ A
∠ b = ∠ B
∠ c = ∠ C
Per
Syllogismos
ac = AC *ex hypoth.*

I Die Seiten ac und AC sind einander gleich
Seiten, die einander gleich sind, decken einander und ihre äuserste Puncte fallen auf einander
E. Die Seiten ac und AC decken einander und ihre äuserste Puncte fallen aufeinander
Punct. a cadit in A (*num.* 1

Punct.

Punct. c cadit in C (*num.* 2

* *

ab = AB *ex hypoth.*

II Die Seiten ab und AB sind einander gleich

Die Seiten, die einander gleich sind, fallen mit ihren äusersten Puncten in einerley Bogen

E. Die Seiten ab und AB fallen mit ihren äusersten Puncten in einerley Bogen

Punct. b cadit in arc. y (*num.* 3

Punct. B cadit in arc. y

* * *

bc = BC

III Die Seiten bc und BC sind einander gleich.

Die Seiten, die einander gleich sind, fallen mit ihren äusersten Puncten in einerley Bogen.

E. Die Seiten bc und BC fallen mit ihren äusersten Puncten in einerley Bogen.

Punct. b cadit in arc. x

Punct. B cadit in arc. x

Punct. b cadit in arc. y (*num.* 3

Punct. B cadit in arc. y

Arc. x secat arcum. y

IV Der Bogen x und y schneiden sich

Bogen, die einander schneiden, können sich nur in einem Puncte schneiden.

Der

Der Bogen x und y können sich nur in einem Puncte schneiden.

b cadit in incisionem

B cadit in incisionem

b cadit in eundem arcum

B cadit in eundem arcum

V Die Puncte b und B fallen in einerley Bogen.

Puncte, die in einerley Bogen fallen, fallen auch auf einander.

E. Die Puncte b und B fallen auch auf einander.

Punct. b cadit in B

* * *

Punct. b cadit in B

Punct. a cadit in A (*num.* 1

Punct. c cadit in C (*num.* 2

h. e.

Punct. △ abc cad. in puncta △ ABC

VI Das △ abc und △ ABC sind geradlinichte Figuren, deren äuserste Puncte auf einander fallen.

Geradlinichte Figuren, deren äuserste Puncte auf einander fallen, decken einander.

E. Das △ abc und △ ABC decken einander.

△ abc congruit △ ABC

VII Das △ abc und △ ABC decken einander.

Figu-

Figuren, die einander decken, sind einander gleich und ähnlich.

E. Das △ abc und △ ABC sind einander gleich und ähnlich.

△ abc ∽ et = △ ABC

VIII Das △ abc und △ ABC sind einander gleich und ähnlich.

Figuren, die einander gleich und ähnlich sind, haben auch gleiche nehmliche Seiten und Winkel.

E. Das △ abc und △ ABC haben gleiche nehmliche Seiten und Winkel.

∠ a = ∠ A
∠ b = ∠ B
∠ c = ∠ C

Zusaz.

54. Wenn nun aus drey gegebenen Seiten folget, daß die Triangel selbst einander gleich und ähnlich sind: so mus auch folgen, daß aus drey gegebenen Linien nicht mehr als einerley Triangel könne gemachet werden; weil in beeden nichts zu finden ist, das nicht auf einerley Art und Weise determiniret wäre. Gleiche Bewandnis hat es auch mit den beeden vorhergehenden Lehrsäzen.

Die IV Aufgabe.

55. Auf einer gegebenen Linie AB einen gleichseitigen Triangel aufzurichten.

Auf-

Auflösung.

Mit der Linie A B mache ich einen Triangel; so ist es geschehen, was man verlanget. Denn *Tab. II. fig. 29. n. 1.*

AB = AC = BC

△ ABC = aequilatero.

Die V. Aufgabe.

56. Aus zwo gegebenen Linien einen gleichschenklichten Triangel zu machen.

Auflösung.

Von den zwo gegebenen Linien BC und AB nehme ich eine doppelt und mache mit allen dreyen einen Triangel: so ist es geschehen, was man verlanget. Denn *Tab. II. fig. 29. n. 2.*

AB = BC

△ ACB = aequicruro.

Die VI. Aufgabe.

57. Aus drey gegebenen Linien einen Triangel zu machen.

Auflösung.

Ich nehme die drey Linien AB, BC, AC und mache einen Triangel; so ists geschehen, was man verlanget. Der Beweis gründet sich auf den 54 §. *Tab. II. fig. 29. n. 3.*

Anmerkung.

58. Wenn die zween Bogen einander nicht erreichen, so kan aus den gegebenen drey Linien kein Triangel gemachet werden. §. 22.

Die

Die VII. Aufgabe.

59. Aus zwo gegebenen Linien und ihrem Winkel, den sie einschliesen, einen Triangel zu machen.

Auflösung.

Tab. II. fig. 29. n. 4. Ich mache aus den zwo gegebenen Linien AB, AC nach dem vorgeschriebenen Maas der Grade z. E. 60° einen Winkel und ziehe die dritte Linie BC: so ists geschehen, was man verlanget. Der Beweis gründet sich auf den 51 §.

Die VIII. Aufgabe.

60. Aus einer Linie und zween auf derselben stehenden Winkeln einen Triangel zu machen.

Auflösung.

Tab. II. fig. 29, n. 5. Ich nehme die Linie AB und ziehe nach dem genommenen Maas der Winkel A und B die zwo übrigen Linien; so ists geschehen, was man verlanget. Der Beweis gründet sich auf den 52 §.

Die IX. Aufgabe.

61. Die Weite zweyer Oerter A und B zu messen, zu denen man kommen kan.

Auflösung.

Tab. II. fig. 30, n. 1. Ich nehme einen freyen Stand C an und messe die Linien AC und BC, die ich denn zurücke trage in ca und cb so kan ich die Linie ba ziehen, die der Linie AB gleich ist. Denn

$$x = y = \angle \text{ uert.}$$
$$AC = aC$$
$$BC = bC$$

$$\triangle ABC \backsim \text{ et } = \triangle abC \text{ §. 51.}$$
$$AB = ab$$

Anmerkung.

62. Wenn man nicht Raum hat, die ganzen Linien AC und BC zurücke zu tragen: so trägt man nur ihre Helfte, ihr Drittel, Viertel u. s. w. zurücke. Denn *Tab II. fig. 30. n. 2.*

$$DC = \tfrac{1}{2} AC$$
$$CE = \tfrac{1}{2} BC$$

$$DE = \tfrac{1}{2} AB \text{ ut infra}$$
$$DE = de$$

$$de = \tfrac{1}{2} AB$$
$$de = df$$

$$de + df = AB$$
$$de + df = ef$$

$$ef = AB$$

Die X. Aufgabe.

63. Mit einer blosen Schnur u. s. w. einen Winkel von einem Orte zum andern zu tragen.

Auflösung.

Ich nehme nach Belieben AD und trage es in C d; hernach nehm ich AF und DF: *Tab. II. fig. 30. n. 3.*

D steck ich in d und ziehe die Schnur dergestalt an, daß df = DF und CF = AF wird; so gibt sich der Punct f und denn ferner die Linie CE. Und so ist der Winkel herüber getragen. Denn

AF = Cf
AD = Cd
DF = df

△ ADF = et ∽ △ Cdf
∠ A = ∠ C §. 54.

Die XI. Aufgabe.

64. Die Weite zweyer Oerter zu messen, zu deren einem B man nur kommen kan.

Auflösung.

Tab. III. fig. 31. Ich nehme einen freyen Stand E an und messe die Linie BE und trage sie zurück in C: ferner den ∠ C mache ich dem ∠ B gleich und gehe mit D so weit immer fort, bis er mit A und E, wie auch mit G und C in gleicher Linie stehe. So ists geschehen, was man verlanget. Denn

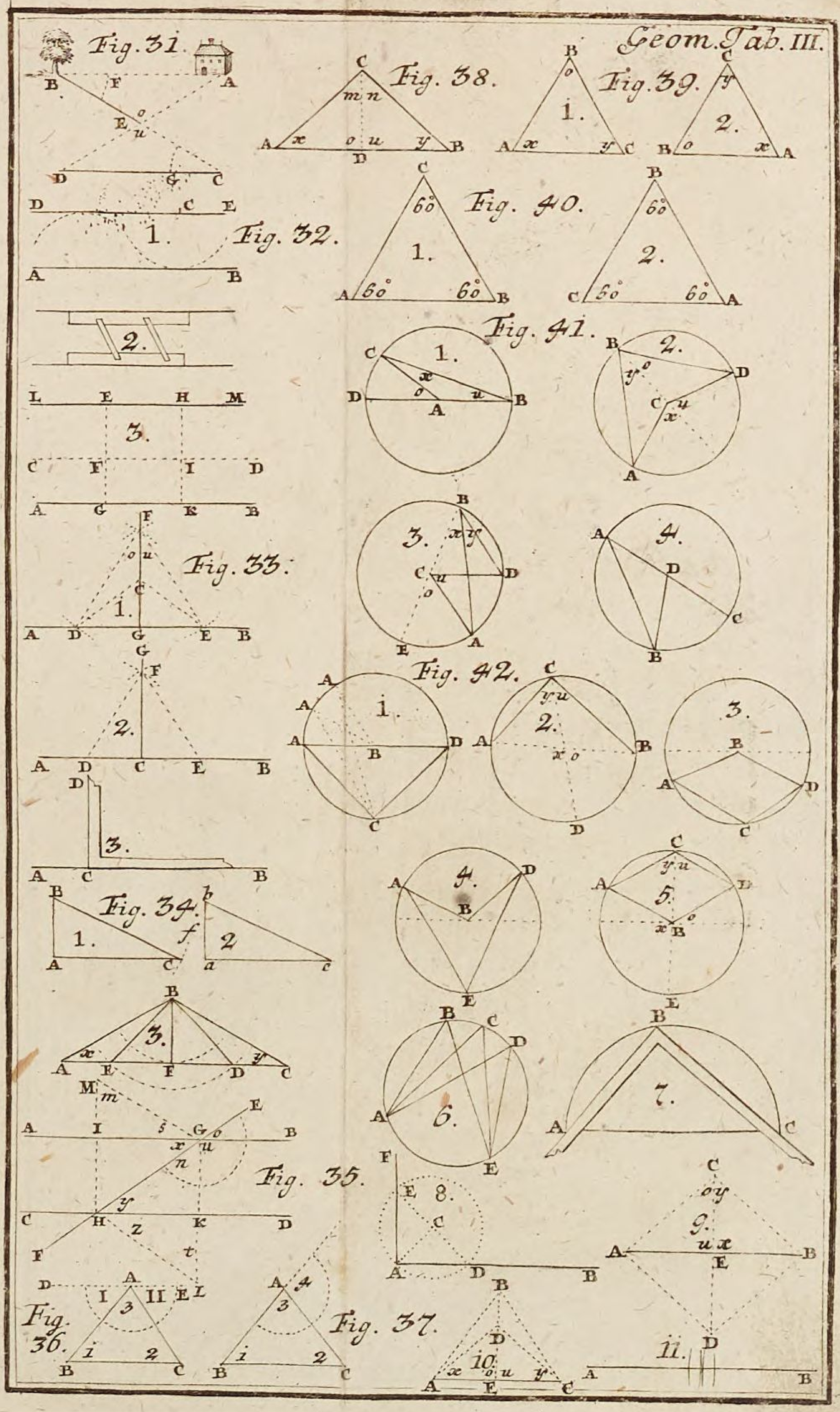
BE = EC
∠B = ∠C
∠b = ∠u = ∠uert.

△ ABE = et ∽ △ ECD §. 52.
AB = CD

1. Anmerkung.

65. Es gilt auch hier, was bey der 9. Aufgabe ist erinnert worden.

2. An-


Geom. Tab. III.
Fig. 31.
Fig. 32.
Fig. 33.
Fig. 34.
Fig. 35.
Fig. 36.
Fig. 37.
Fig. 38.
Fig. 39.
Fig. 40.
Fig. 41.
Fig. 42.

2. Anmerkung.

66. Wenn man die Breite eines Flusses messen wollte und könnte die Linie BE an dem Ufer nicht zurücke tragen: so stecket man den Stab B weiter zurücke. Alsdenn wird die Linie CD um so viel breiter, als der Stab zurücke gestecket ist. Denn

$$\frac{AB - BF = AF}{CD - CG = GD.}$$

Die XII. Aufgabe.

67. Durch einen gegebnen Punct C mit einer gegebnen Linie AB eine Parallel-Linie auf dem Papiere zu ziehen. Tab. III. fig. 32. n. 1.

Auflösung.

Man setzt in C den Zirkel ein und macht einen Bogen, der die Linie AB streifet; hernach nehm ich eben das Maas und mache aus der Linie AB ober sich eben den Bogen: ferner ziehe ich durch das Punct C und über den Bogen hin eine Linie DE; so ists geschehen, was man verlanget.

Oder

Man kan es auch mit einem Parallel-Lineal verrichten: da man das eine Lineal an die gegebene Linie leget und das andere so weit aufmachet, bis es den Punct erreichet; wo ich dann die verlangte Linie ziehen kan. Tab. III. fig. 32. n. 2.

Anmerkung.

Tab. III. fig. 32. n. 3. 68. Wenn man in der ersten Auflösung den Zirkel nicht bis an den Punct E aufthun kan, so ziehet mit AB in beliebiger Weite die ParallelLinie CD und mit dieser die Parallel-Linie LM durch den ggebenen Punct E; so wird LM auch mit AB parallel seyn. Denn

FG = IK
G = K = $\angle\angle$ rectis

AB et CD = parall.
FE = HI
F = I = $\angle\angle$ rectis

CD et LM = parall.
ob
§. 30. arithm.
FG + FE = KI + HI
FG + FE = GE

GE = KI + HI
HK = KI + HI

GE = HK
G = K = $\angle\angle$ rectis

AB et LM = parall.

Die XIII. Aufgabe.

69. Von einem gegebenen Puncte C auf eine Linie AB ein Perpendicul zu fällen.

Auflö-

Auflösung.

Ich mache mit beliebiger Weite auf beeden Seiten der Linie AB einen Durchschnitt: von dar mache ich weiter oberhalb dieser Linie gleichfalls einen Durchschnitt und ziehe durch F und C die Linie FG; so ists geschehen, was man verlanget. Denn Tab. III. fig. 33. n. 1.

DC = CE
DF = FE
FC = FC
§. 53.

△ DFC = et ∽ △ FCE
o = u
* * *
FD = FE
FG = FG
o = u
§. 51

△ FDG = et ∽ △ FGE
∠ FGD = ∠ FGE
Ergo FG = lin, perpend. § 11.

Die XIV. Aufgabe.

70. Aus einem gegebenen Puncte C auf einer gegebenen Linie AB ein Perpendicul aufzurichten.

Auflösung.

Ich durchschneide die Linie AB aus C in D und E mit gleicher Oefnung und mache von dar oberhalb einen Durchschnitt in F: Tab. III. fig. 33 n. 2.

 aus

aus demselben ziehe ich auf C eine Linie; so ists geschehen, was man verlanget. Denn

DC = CE
FC = FC
DF = FE

△DFC = et ∽ △FCE
∠DCF = ∠FCE
Ergo GC = perpend.

Oder

Tab. III. fig. 23. n. 3. Ich nehme den Winkelhacken und lege ihn an den verlangten Punct und auf die gegebene Linie an; so gibt er mir die Perpendicular-Linie. Denn

∠DCA = ∠DCB *ui constr.*

DC = lin. perpend.

Der VII. Lehrsaz.

Tab. III. fig. 34. n. 1. 2. 71. Wenn in zween Triangeln A B C und a b c zwo Seiten und ein denselben gegen über stehender gleichnahmiger Winkel einander gleich sind: so sind die beeden Triangel einander selber gleich und ähnlich; ferner auch die übrigen gleichnahmige Winkel und Seiten einander gleich.

∠a = A = recto
a b = AB
b c = BC

△ a b c = et ∽ △ABC

Ergo

Ergo ac = AC
et b = B
et c = C

Demonſtratio
Aſſumatur
Punct. a cad. in A (*num.* I
ab = AB *ex hypoth.*

Punct. b cadit in B (*num.* 2
* *
bc = BC *ex hypoth.*
ob
eundem radium

Punct. c cad. in arc. f.
Punct. C cad. in arc. f.
* * *
∠ a = ∠ A *ex hypotheſ.*
§.29

---

ac cadit in AC
* * *
ac et AC ſecant f.
§.39

P. c cadit in inciſionem
P. C cadit in inciſionem
ob
punctum inciſionis unicum

Punct. c cadit in C
Punct. a cadit in A. (*num.* I

Punct. b cadit in B (*num.* 2

△ abc congruit △ ABC

§. 30.

△ abc ∽ et = △ ABC
ac = AC
∠b = ∠B
∠c = ∠C

Per Syllogismos.

ab = AB *ex hypoth.*

I Die Seiten ab und AB sind einander gleich

Seiten, die einander gleich sind, decken einander und ihre Puncte fallen aufeinander.

E. Die Seiten ab und AB decken einander und ihre Puncte fallen aufeinander

Punct. a cadit in A (*num.* 1
Punct. b cadit in B (*num.* 2

* *

bc = BC *ex hypoth.*

II Die Seiten bc und BC sind einander gleich

Seiten, die einander gleich sind, fallen mit ihren äusersten Puncten in einerley Bogen

E. Die Seiten bc und BC fallen mit ihren äusersten Puncten in einerley Bogen

Punct.

Punct. c cadit in f
Punct. C cadit in f
* * *

$\angle$ a = $\angle$ A *ex hypoth.*

III Der Winkel a und $\angle$ A sind einander gleich

Die Winkel, die einander gleich sind, decken einander und ihre Schenkel fallen aufeinander

E. Die $\angle$ a und $\angle$ A decken einander und ihre Schenkel fallen aufeinander.

ac cadit in AC
* * *

ac et AC secant f

IV Die Linien ac und AC schneiden sich mit dem Bogen f

Linien, die sich mit einem Bogen schneiden, können sich nur in einem Puncte schneiden

E. Die Linien ac und AC können sich mit dem Bogen f nur in einem Puncte schneiden

Punct. c. cadit in incisionem
Punct. C cadit in incisionem

V Die Puncte c und C fallen in einerley Durchschnitt.

Die Puncte, die in einerley Durchschnitt fallen, fallen auch aufeinander.

E. Die Puncte c und C fallen auch aufeinander

Punct. c cadit in C
Punct. a cadit in A (*num.* 1
Punct. b cadit in B (*num.* 2
h. e.
Punct. △ abc cadunt in puncta △ ABC

VI Die △ abc und △ ABC sind geradlinichte Figuren, deren äuserste Puncte auf einander fallen

Geradlinichte Figuren, deren äuserste Puncte auf einander fallen, decken einander

E. Die △ abc und △ ABC decken einander

△ abc congruit △ ABC

VII Die △ abc und △ ABC decken einander

Figuren, die einander decken, sind einander gleich und ähnlich

E. Die △ abc und △ ABC sind einander gleich und ähnlich

△ abc ∽ et = △ ABC

VIII Die △ abc und △ ABC sind einander gleich und ähnlich

Figuren, die einander gleich und ähnlich sind, haben auch gleiche nehmliche Seiten und Winkel

E. Die △ abc und △ ABC haben gleiche nehmliche Seiten und Winkel.

ac = AC
∠a = ∠A

∠c

$\angle c = \angle C$

Q. E. D.

Anmerkung.

72. Wenn ich den 4ten und 7ten Lehrsaz zusammen halte: so finde, daß ich aus 2. gegebenen Seiten und 1. gleichnahmigen Winkel, er mag sonst stehen, wo er will, auf die Gleichheit der ganzen △△ schliesen könne.

NB. Doch ist bey dem 7ten Lehrsaz was besonders zu merken: nemlich wenn der gegebene Winkel ein rechter oder stumpfer Winkel ist; so schneidet sich der Winkel und der Bogen, der von der Linie gezogen wird, nur in einem einzigen Punct. Wenn aber der gegebne Winkel ein spiziger Winkel ist: so geschiehet es, daß die Linie, die von dem gegebenen Winkel determiniret wird, von dem Bogen der einen gegebenen Seiten zweymal durchschnitten wird, einmal vor, das andermal rückwerts. Wenn ich nun wissen will, ob ich nach dem 7ten Lehrsaz auf die Gleichheit der *Tab. III. fig.* Triangel schliesen darf: so darf ich nur Achtung *34. n. 3.* geben, ob in beeden △△ die Linie vor oder rückwerts durchschnitten werde. Soll da ein rechter Winkel seyn, wo der Bogen und die Linie einander schneiden sollen: so wird man finden, daß der Bogen die Linie gar nicht schneidet, sondern nur in einem Puncte berühret. Und in solchem Falle läst sich auch der siebende

de Lehr-Satz sicher anbringen. Z. E. AB $=$ BC, $\angle x = y$; BD $=$ BD: soll ich schliesen $\triangle$ ABD $=$ BDC; so wär es falsch. Die Ursache geb ich an: weil der Bogen in $\triangle$ BDC die Linie BD rückwerts und in $\triangle$ ABD vorwerts schneidet. Aber wohl $\triangle$ ABE und BDC sind einander gleich. Und weil BF die Linie AC nur in einem Puncte berühret, so ist $\triangle$ ABF $=$ $\triangle$ BFC. Und also mus ich behutsam gehen; wenn ich aus 2. gegebenen Seiten und einem Winkel, der nicht von diesen Seiten eingeschlossen wird, schliesen will.

Der VIII. Lehrsaz.

Tab. III. fig. 35.

73. Wenn zwey Parallel-Linien AB und CD von einer dritten EF in G und H durchschnitten werden: so sind 1) die Wechsels-Winkel x und y einander gleich 2) der äusere Winkel o ist dem innern y gleich und 3) die beyden innern Winkel y und $\angle$ HGB machen zusammen 180°.

Anmerkung.

Nach den Umständen gegenwärtiger Figur sind das innere Winkel, anguli interni, die zwischen beeden Parallel-Linien stehen und zwar so, daß sie beede auf einer Seite der Linie FE gefunden werden, wie $\angle$HGB und $\angle$ y. Wechsels-Winkel, anguli alterni, heisen die Winkel, die zwischen beeden Parallel-Linien stehen

und

und zwar so, daß der eine innerhalb der Linie FE, der andere auserhalb derselben gefunden werde, wie y und x. Die äusern Winkel, anguli externi, sind, die auserhalb der Parallel-Linien stehen, wie o.

AB et CD = parallel.

---

x = y I.
o = y II.
∠ HGB + y = 180° III.

Demonstratio.

Ducatur HI et GK perpend.
AB et CD = parallel.
§. 17

HI = GK
* *
HI = GK = perpend.
§. 17

∠ I = ∠ K = recto
* * *
HI = GK
∠ I = ∠ K = recto
HG = HG
§. 71

△ HIG = et ∽ △ GHK
x = y Q. E. I.

II.

∠ x = ∠ y *vi cas. I.*

$\angle x = \angle o = \angle uert.$

$\angle o = \angle y$ Q. E. II.

III.

$\angle o + \angle HGB = 180°$ *deinceps pos.* §. 42.

$\angle o = \angle y$ *ui cas. II.*

$\angle y + \angle HGB = 180°$ Q. E. III.

Per Syllogismos

AB et CD = parall.

HI et GK = perpend.

I Die Perpendicular-Linien HI und GK sind zwischen den Parallel-Linien AB und CD gezogen

Die Perpendicular-Linien, die zwischen Parallel-Linien gezogen werden, sind einander gleich

E. Die Perpendicular-Linien HI und GK sind einander gleich.

HI = GK

* * *

HI = GK = perpend.

II Die Linien HI und GK sind Perpendicular-Linien

Perpendicular-Linien machen rechte Winkel

E. Die Linien HI und GK machen rechte Winkel

$\angle I = \angle K$ = recto

* * *

HI = GK

HG = HG

$\angle I = \angle K$ = recto. III

III In △ HIG und △ HGK sind die Seiten HI = GK, wie auch HG = HG und der gegenüberstehende rechte Winkel I dem gleichnahmigen rechten Winkel K gleich

△ △, in welchen 2 Seiten und ein gegenüberstehender rechter Winkel einander gleich sind, sind einander gleich und ähnlich

E. △ HIG und HGK sind einander gleich und ähnlich

△ HIG = et ∽ △ HGK

IV Die △ HIG und △ GHK sind einander gleich und ähnlich

Figuren, die einander gleich und ähnlich sind, haben auch gleiche uehmliche Seiten und Winkel

E. Die △ HIG nnd △ HGK haben auch gleiche nehmliche Seiten und Winkel

∠x = ∠y = ∠ alt. (*num.* 1

So sind die Wechsels-Winkel einander gleich Q. E. I.

II.

∠x et ∠o = ∠ uert.

V Die ∠x und ∠o sind Vertical-Winkel

Die Vertical-Winkel sind einander gleich

E. Die ∠x und ∠o sind einander gleich

∠x

$\angle x = \angle o$

$\angle x = \angle y$ (*num.* 1

VI Die $\angle o$ und $\angle y$ sind dem dritten $\angle x$ gleich

Sachen, die einer dritten gleich sind, sind einander selber gleich

E. Die $\angle o$ und $\angle y$ sind einander selber gleich

$\angle o = \angle y$ (*num.* 2

So ist der äusere Winkel dem inneren Winkel y gleich. Q. E. II.

III.

$\angle o + \angle HGB$ s. $\angle u = \angle\angle$ deinceps pos.

VII Die $\angle o + \angle HGB$ stehen auf einer geraden Linie

Winkel, die auf einer graden Linie stehen, machen zusammen 180°

E. Die $\angle o + \angle HGB$ machen zusammen 180°

$\angle o + \angle HGB = 180°$

$\angle o = \angle y$

VIII Der $\angle o$ ist dem $\angle y$ gleich

Gleiches kan für gleiches gesezet werden

E. Für $\angle o$ kan $\angle y$ gesezet werden

$\angle y + \angle HGB = 180°$

So machen die beeden innern Winkel zusammen 180° Q. E. III.

Alio

Alio modo
AB et CD = parall.
HI et GK = perpend.
§. 17.

HI = GK
* *

HI = GK = perpend.
§. 12

∠I = ∠K = ∠ recto
* * *

KL = KG per constr.
HK = HK
∠HKL = HKG = ∠ recto
§. 51

△ HKL = et ∽ △ HKG
HL = HG
∠t = ∠n
∠z = ∠y
* * *

HI = MI per constr.
IG = IG
∠HIG = ∠ MIG = ∠ recto
§. 51

△ HIG = et ∽ △ MIG
HG = MG
∠ s = ∠ x
* * *

HI = GK

$$HI = MI \text{ per constr.}$$

$$MI = GK$$
$$KL = GK$$

$$MI = KL$$

* * *

$$HI = GK$$
$$MI = KL$$

$$HI + MI = GK + KL$$
$$HM = GL$$

* * *

$$HM = GL.$$
$$MG = HG = HL$$
$$HG = HG$$

§. 53

$$\triangle HMG = \text{et} \backsim HGL$$
$$s + x = y + z$$
$$s = x$$

$$2x = y + z$$
$$y = z$$

$$2x = 2y$$

$$x = y = \angle \text{ alt.}$$

Q. E. I.

* * *

$$\angle x = \angle o = \text{uert.}$$
$$\angle x = \angle y$$

$$\angle y = \angle o \text{ h. e. } \angle \text{int.} = \angle \text{ext.}$$

Q. E. II.

* * *

$\angle o + \angle HGB$ s. u $= 180$

$\angle o = \angle y$

$\angle y + \angle HGB$ s. u $= 180$

Q. E. III.

Per Syllogismos

AB et CD = parall.

HI et GK = perpend.

I Die Perpendicular-Linien HI und GK sind zwischen den Parallel-Linien AB und CD gezogen

Perpendicular-Linien, die zwischen Parallel-Linien gezogen werden, sind einander gleich

E. Die Perpendicular-Linien HI u. GK sind einander gleich.

HI = GK

* * *

HI = GK = perpend.

II Die Linien HI und GK sind Perpendicular-Linien

Perpendicular-Linien machen rechte Winkel

E. Die Linien HI und GK machen rechte Winkel

$\angle I = \angle K = \angle$ recto

* * *

KL = KG per constr.

HK = HK

$\angle HKL = \angle HKG = \angle$ recto

III In △ HKL und △ HKG sind zwo Seiten und der Winkel, den sie einschliesen, einander gleich

△△, in welchen zwo Seiten und der Winkel, den sie einschliesen, einander gleich sind, sind einander selber gleich und ähnlich

E. △ HKL und △ HKG sind einander selber gleich und ähnlich

△ HKL = et ∽ △ HKG

IV △ HKL und △ HKG sind einander gleich und ähnlich

Figuren, die einander gleich und ähnlich sind, haben auch gleiche nehmliche Seiten und Winkel

E. △ HKL und △ HKG haben gleiche nehmliche Seiten und Winkel

HL = HG

∠t = ∠n

∠z = ∠y

* * *

HI = MI per constr.

IG = IG

∠HIG = ∠MIG = ∠ recto

V In △ HIG und △ MIG sind zwo Seiten und ein von denselben eingeschlosner Winkel einander gleich

△△, in welchen zwo Seiten und ein von denselben eingeschlosner Winkel einander gleich sind, sind einander

selber

selber gleich und haben auch gleiche nehmliche Seiten und Winkel

E. Die △ HIG und △ MIG sind einander selber gleich und haben auch gleiche nehmliche Seiten und Winkel

△ HIG = et ∽ △ HIG

HG = MG

∠ s = ∠ x

* * *

HI = GK

HI = MI

VI Die Linien MI und GK sind der dritten HI gleich

Zwo Sachen, die einer dritten gleich sind, sind einander selber gleich

E. Die Linien MI und GK sind einander selber gleich

MI = GK

KL = GK

VII MI und KL sind der dritten GK gleich

Zwo Sachen, die einer dritten gleich sind, sind einander selber gleich

MI und KL sind einander selber gleich

MI = KL

* * *

HI = GK

MI = KL

VIII Zu HI = GK wird gleiches MI = KL addiret

Wenn man gleiches zu gleichen addi-
ret: so kommen gleiche Summen
heraus

E. bey HI = GK und MI = KL
kommen gleiche Summen heraus

$$HI+MI = GK+KL$$

$$HM = GL$$

* * *

$$HM = GL$$

$$MG = HG = HL$$

$$HG = HG$$

VIIII In △ HMG und △ HGL sind die
3 Seiten einander gleich

△△, in welchen die 3 Seiten einander
gleich sind, sind einander selber gleich
und haben gleiche nehmliche Seiten
und Winkel

E. △ HMG und △ HGL sind einander
selber gleich und haben gleiche nehm-
liche Seiten und Winkel

$$\triangle HMG = et \backsim \triangle HGL$$

$$s+x = y+z$$

$$s = x$$

$$y = z$$

X Der ∠ s = x und ∠ y = z

Gleiches kan für gleiches gesezet wer-
den

E. Für s kan x und für z kan y gesezet
werden

$$x+x = y+y$$

$$2x = 2y$$

XI $2x = 2y$ wird durch 2. dividiret.

Wenn man gleiches durch gleiches dividiret: so kommen gleiche Quotienten heraus.

E. Bey $2x = 2y$ kommen gleiche Quotienten heraus.

$x = y = \angle$ altern.

Q. E. I.

Das II. und III. ist wie das vorige.

Der IX. Lehrsatz.

74. Wenn zwo Linien AB und CD von einer dritten EF dergestalt in G und H durchschnitten werden, daß die Wechsels-Winkel x und y oder auch der äussere o und der innere y einander gleich sind oder die beeden innern $\angle$ HGB und y zusammen 180° machen; so sind die Linien AB und CD parallel. *Tab. III. fig. 35.*

$x = y$

AB et CD = parallel. *I.*

* * *

$o = y$

AB et CD = parallel. *II.*

* * *

$y + \angle HGB = 180°$

AB et CD = parall. *III.*

Demonstratio

Ducatur ex G in K perpend. GK

§. 12

$\angle$ GKH = $\angle$ recto (*num.* 1

 Fiat

* * *

Fiat GI = HK *per constr.*
HG = HG
∠x = ∠y *ex hypoth.*
§. 51

△HGI = et ∽ △HGK
HI = GK
∠HIG = ∠HKG
* * *

∠HIG = ∠HKG
∠ rect. = ∠HKG s. GKH (*num.* 1
§. arith.

∠HIG = ∠recto
* * *

∠HKG = ∠recto
∠HIG = ∠recto
GK = HI
§. 17

AB et CD = parall. Q. E. I.
II.
∠o = ∠y *ex hypoth.*
∠o = ∠x = ∠ uert.

∠x = y = altern.
ui Cas. I.

AB et CD = parall.
Q. E. II.
III.
∠y + ∠HGB s. ∠u = 180° *ex hypoth.*

∠o

$\angle o + \angle HGB$ s. $\angle u = 180 =$ deinceps pos.

$$\angle y + \angle HGB = \angle o + \angle HGB$$
$$\angle HGB = \angle HGB$$

$$\angle y = \angle o$$

h. est

$\angle$ intern. $= \angle$ extern.

ui cas. II.

AB et CD = parall.

Q. E. III.

Per Syllogismos

GK = perpend. *per constr.*

I Die Linie GK ist eine Perpendicular-Linie.

Die Perpendicular-Linien machen rechte Winkel.

E. Die Linie GK macht rechte Winkel.

$\angle$GKH = $\angle$ recto (*num.* 1

* * *

GI = HK *per constr.*

HG = HG

$\angle x = \angle y$ *ex hypoth.*

II In $\triangle$ GHI und $\triangle$ HGK sind 2. Seiten und ein von denselben eingeschlosner Winkel einander gleich.

Die $\triangle\triangle$, in welchen 2. Seiten und ein von denselben eingeschlosner Winkel einander gleich sind, sind

 ein-

einander selber gleich und haben gleiche nehmliche Seiten und Winkel.

E. △ GHI und △ HGK sind einander gleich und haben gleiche nehmliche Seiten und Winkel.

△HGI = et ∾ △HGK
HI = GK
∠HIG = ∠HKG
* * *
∠HKG = ∠HIG
∠HKG = ∠ recto

III Der ∠HIG und ∠ rect. sind dem dritten ∠HKG gleich.

Zwo Sachen, die einer dritten gleich sind, sind einander selber gleich.

E. Der ∠HIG und ∠ rectus sind einander selber gleich

∠HIG = ∠ recto
* * *
∠HKG = ∠ recto (*num.* I
∠HIG = ∠ recto
GK = HI

IV Die Linien GK und HI, die zwischen den Linien AB und CD perpendiculariter stehen, sind einander gleich.

Wo Linien, die zwischen 2. andern Linien perpendicular stehen, einander gleich sind; da sind Parallel-Linien.

F. Bey GK und HI sind die Linien AB und CD Parallel.

Q. E. I. II.

II.

$\angle o$ et $\angle x$ = uert.

V Die $\angle o$ u. $\angle x$ sind Vertical-Winkel.

Die Vertical-Winkel sind einander gleich.

E. Die $\angle o$ und $\angle x$ sind einander gleich.

$\angle o = \angle x$

$\angle o = \angle y$ *ex hypoth.*

VI Der $\angle x$ und $\angle y$ sind dem dritten $\angle o$ gleich.

Zwo Sachen, die einer dritten gleich sind, sind einander selber gleich.

E. Der $\angle x$ und $\angle y$ sind einander selber gleich

$\angle x = \angle y = \angle$ altern.

ui Casus I.

VII Die Wechsels-Winkel x und y sind bey A B und C D einander gleich.

Wo Wechsels-Winkel einander gleich, da sind auch Parallel-Linien.

E. So sind A B und C D Parallel-Linien

A B et C D = parall. Q. E II.

III.

$\angle o + \angle HGB$ s. $\angle u$ = deinceps pos.

VIII Die $\angle o + \angle u$ stehen auf einer geraden Linie neben einander.

Die Winkel, die auf einer geraden Linie stehen, machen zusammen 180°

E. Die $\angle o + \angle u$ machen zusammen 180°

$\angle o$

$\angle o + \angle u = 180°$

$\angle y + \angle u = 180$ *ex hypoth.*

VIIII Die $\angle o + \angle u$ und $\angle y + \angle u$ sind 180° gleich.

Zwo Sachen, die einer dritten gleich sind, sind einander selber gleich.

E. Die $\angle o + \angle u$ und $\angle y + \angle u$ sind einander gleich

$\angle o + \angle u = \angle y + \angle u$

$\angle o + \angle u = \angle y + \angle u$

$u = u$

X Von $\angle o + \angle u = \angle y + \angle u$ wird gleiches $u = u$ subtrahiret.

Wenn man gleiches von gleichen subtrahiret, bleibt gleiches übrig.

E. Bey $\angle o + \angle u = \angle y + \angle u$ bleibt gleiches übrig.

$\angle o = \angle y$

h. e.

$\angle$ extern. $= \angle$ intern.

ui Cas. II.

XI Der äusere $\angle o$ ist dem innern $\angle y$ bey A B und C D gleich

Wo der äusere und innere Winkel einander gleich sind, da sind Parallel-Linien.

A B u. C D sind Parallel-Linien.

Q. E. III.

X. Lehrsaz.

Tab. III. fig. 36. et fig. 37.

75. In einem ieden △ machen alle drey Win-

Winkel zusammen 180° und wenn man die eine Seite verlängert; so ist der äusere Winkel so gros, wie die beeden innern, die ihm gegenüber stehen, zusammen

ABC = △

---

1 + 2 + 3 = 180° *I.*

∠4 = 1 + 2 *II.*

Demonstratio.

Fiat DE parallela BC

I. = 1 = ∠ altern.

II. = 2 = ∠ altern.

* * *

Ducatur ex A semicirculus

I + 3 + II = 180° §.42

I = 1

---

1 + 3 + II = 180°

II = 2

---

1 + 3 + 2 = 180° Q. E. I.

∠∠∠ △ = 180°

II.

Producatur latus △ *Tab. III. fig. 37.*

Ducatur semicirculus ex A

4 + 3 = 180°

1 + 3 + 2 = 180 *vi caf. I.*

---

4 + 3 = 1 + 3 + 2

3 = 3

---

4 = 1 + 2 Q. E. *II.*

∠ extern. = ∠∠ intern. oppos.

Per

Per Syllogismos

I

D E parall. BC

I DE und BC sind Parallel-Linien.
Wo Parallel-Linien sind, da sind die Wechsels-Winkel einander gleich.
E. Bey DE und BC sind die Wechsels-Winkel einander gleich.

$I = 1 = \angle$ altern. (*num.* 1

$II = 2 = \angle$ altern. (*num.* 2

***

$I + 3 + II$ sunt in semicirc.

II Die Winkel $I + 3 + II$ stehen auf einem halben Bogen.
Winkel, die auf einem halben Bogen stehen, machen 180°
E. Die Winkel $I + 3 + II$ machen 180°

$I + 3 + II = 180°$

$I \qquad = 1$ (*num.* 1

III Der Winkel 1 ist gleich dem $\angle I$
Gleiches kan für gleiches gesezet werden.
E. Der $\angle 1$ kan für $\angle I$ gesezet werden.

$1 + 3 + II = 180°$

$II = 2$ (*num.* 2

IV Der $\angle 2$ ist gleich dem $\angle II$
Gleiches kan für gleiches gesezet werden.
E. Der $\angle 2$ kan für $\angle II$ gesezet werden.

$1 + 3 + 2 = 180°$ Q. E. I.

So haben die 3. Winkel in einem ieden $\triangle$ zusammen genommen 180°

II

$4+3$ sunt in semicirc.

V Die $\angle 4+3$ stehen auf einem halben Circul-Bogen.

Winkel, die auf einem halben Bogen stehen, machen $180°$

E. Die $\angle 4+3$ machen $180°$

$4+3 = 180°$ (*num.* 3

* * *

$1+3+2 = \angle\angle\angle$ in $\triangle$ ABC

VI Die Winkel $1+3+2$ sind die 3. Winkel in $\triangle$ ABC

Die 3 Winkel in $\triangle$ machen zusammen $180°$

E. Die Winkel $1+3+2$ machen zusammen $180°$

$1+3+2 = 180°$

$4+3 = 180°$ (*num.* 3

VII Die Winkel $4+3$ und $1+3+2$ sind dem dritten $180°$ gleich.

Zwo Sachen, die einer dritten gleich sind, sind einander selber gleich.

E. Die Winkel $4+3$ und $1+3+2$ sind einander selber gleich.

$1+3+2 = 4+3$

$3 \quad = \quad 3$

VIII Von $\angle 1+3+2 = 4+3$ wird gleiches subtrahiret.

Wenn man gleiches von gleichen subtrahiret, bleibt gleiches übrig

E. Bey $\angle 1+3+2 = 4+3$ bleibt gleiches übrig.

$1+2 = 4$

Der

Der äusere Winkel in einem △ ist den beeden gegenüberstehenden innern Winkeln gleich.

I. Zusaz.

76. Derowegen kan in einem Triangel nicht mehr, als ein rechter Winkel seyn und wenn dieses ist, machen die zween übrigen zusammen auch noch einen rechten Winkel das ist 90° aus. Denn wir sezen, es wären 2. rechte Winkel in einem Triangel; so bliebe für den dritten Winkel kein Maas übrig: welches doch absurd wäre

$$
\begin{array}{l}
180^\circ \\
90 = \angle\ \text{rect.} = \angle I \\
\hline
90 \\
90 = \angle\ \text{rect.} = \angle I \\
\hline
0 = \angle III.
\end{array}
$$

Wenn ein rechter Winkel da ist: so hat er 90° und 90° von 180° abgezogen läst wieder 90° im Rest und das ist das Maas der beeden ∠∠ zusammen genommen.

Wenn aber zween rechte Winkel an der Basi stehen sollen, so können dieselben nimmermehr in einen Punct zusammen laufen: denn sonst könten 2. rechte Winkel in einem Triangel seyn. Und also können zwo Linien, die auf einer dritten Perpendicular stehen, von keiner Seite zusammen stossen, wenn sie gleich unendlich fort verlängert werden und sind demnach parallel.

II. Zu

II. Zusaz.

77. Kan nicht mehr, als ein rechter Winkel in einem Triangel seyn: so kan noch weniger mehr, als ein stumpfer Winkel seyn; denn dieser hat noch ein grösser Maas, als iener.

III. Zusaz.

78. Wenn man in einem Triangel einen Winkel von 180° abziehet, so bleibet die Summe der beeden andern übrig. Z. E. A = 65°; so ist die Summe der beeden andern 115°: denn 180° − 65° ist = 115°. *Tab. III. fig. 36.

Und wenn man die Summe zweyer Winkel von 180° wegnimmt, so bleibet der dritte übrig. Z. E. A = 65 und B = 44°: ihre Summe A + B = 109° und die von 180° abgezogen läst 71° im Rest und das ist das Maas von dem dritten. C.

IV. Zusaz.

79. Wenn in zweyen Triangeln zwey Winkel zweyen gleich sind, mus auch der dritte in einem dem dritten in dem andern gleich seyn. Denn Z. E. in △ ABC und △ abc ist der ∠A = ∠a; der ∠B = ∠b: so ist der ∠C = ∠c. Denn Tab. III. fig. 36.

$$\triangle ABC = A + B + C$$
$$\triangle abc = a + b + c$$

$$\overline{}$$
$$A + B + C = 180°$$

$$a + b + c = 180$$

$$A + B + C = a + b + c$$
$$A = a$$

$$B + C = b + c$$

$$C = c. \text{ Q. E. D.}$$

Anmerkung.

80. Wenn ich diesen vierten Zusaz und den fünften Lehrsaz zusammen halte: so finde, daß ich aus einer gegebenen Seite und zweyen gleichnahmigen Winkeln, sie mögen stehen, wo sie wollen, auf die Gleichheit und Aehnlichkeit der Triangel schliesen könne.

Ferner kan ich aus 3. gegebenen Seiten oder einem Winkel und zwo Seiten, die ihn einschliesen, auf die Gleichheit und Aehnlichkeit der ΔΔ schliesen: aber nicht so gleich aus einem Winkel und zwo Seiten, die ihn nicht einschliesen: wenn es nicht ein rechter oder stumpfer Winkel ist, wie oben gezeiget.

Der XI. Lehrsaz.

Tab. III. fig. 35. §. 81. Wenn eine Linie HI auf einer von den Parallel-Linien AB perpendicular stehet, so stehet sie auch auf der andern CD perpendicular. Und wenn zwey Linien BI und DH auf einer dritten HI perpendicular stehen: so sind sie parallel.

Cas. I.

AB et CD = parall.

HI

HI = perpend. in AB

HI = perpend. in CD

Cas. II.

BI = perpend. in HI

DH = perpend. in HI

BI et DH = parall.

Demonstratio

Cas. I.

Ducatur FE per H

Fiat GK = perpend. in CD

$\angle$ ad K = $\angle$ recto

* * *

HI = perpend. in AB

$\angle$ ad I = recto

* * *

$\angle$ x = $\angle$ alt.

$\angle$ y = $\angle$ alt.

$\angle$ x = $\angle$ y

* * *

$\angle$ K = $\angle$ recto

$\angle$ I = $\angle$ recto

$\angle$ K = $\angle$ I

$\angle$ x = $\angle$ y

§. 79

$\angle$ GHI = $\angle$ HGK

* * *

$\angle$ GHI + $\angle$ I + x = 180°

$\angle I = 90° = $ rect.

$\angle GHI + \angle x = 90°$

$\angle x = \angle y$

$\angle GHI + y = 90° = $ rect.

§. 12

HI = perpend. in C D

Q. E. I.

Cas. II.

BI = perpend. in HI

$\angle I = \angle$ recto

* * *

DH = perpend. in H I

$\angle H = \angle$ recto

$\angle I = \angle$ recto

§. 76.

BI et DH = parall.

Q. E. II.

Per Syllogismos

GK = perpend. *ex construct.*

I Die Linie GK ist eine Perpendicular-Linie.

Eine jede Perpendicular-Linie macht rechte Winkel.

E. Die Linie GK macht rechte Winkel.

$\angle$ ad K = $\angle$ recto

* * *

HI = perpend.

II Die

II Die Linie HI ist eine Perpendicular-Linie.

Eine iede Perpendicular-Linie macht rechte Winkel.

E. Die Linie HI macht rechte Winkel.

∠ ad I = ∠ recto;
∠ x = ∠ altern.
∠ y = ∠ altern.

III Die ∠ x und ∠ y sind Wechsels-Winkel.

Wechsels-Winkel sind einander gleich.

E. Die Winkel x und y sind einander gleich.

∠ x = ∠ y

* * *

∠K = ∠ recto
∠I = ∠ recto

IV Die ∠K und ∠I sind dem dritten gleich.

Zwo Sachen, die einer dritten gleich sind, sind einander selber gleich.

E. Die ∠ K und ∠ I sind einander selber gleich.

∠ K = ∠ I
∠ x = ∠ y

V Der ∠ K = ∠ I und ∠ x = ∠ y in △ HGK und △ HIG

Wenn in zweyen △ △ zween Winkel einander gleich sind: so ist auch der

dritte

dritte Winkel in dem einen dem dritten Winkel in dem andern gleich.

E. in $\triangle HGK$ ist der dritte Winkel dem dritten in $\triangle HIG$ gleich.

$$\angle GHI = \angle HGK$$

* * *

$$\angle GHI + \angle I + x = 180^\circ$$
$$\angle I = 90 = \angle \text{ rect.}$$

VI Bey $\angle GHI + \angle I + x = 180^\circ$ wird gleiches subtrahiret.

Wo man gleiches von gleichen subtrahiret, da bleibt gleiches übrig.

E. Bey $\angle GHI + \angle I + x = 180^\circ$ bleibt gleiches übrig.

$$\angle GHI + \angle x = 90^\circ$$
$$\angle x = \angle y$$

VII Der $\angle y$ ist gleich dem $\angle x$

Gleiches kan für gleiches gesezet werden.

E. Der $\angle y$ kan für $\angle x$ gesezet werden.

$$\angle GHI + \angle y = 90^\circ = \angle \text{ rect.}$$
$$\angle \text{ ad } H = \angle \text{ recto}$$

VIII Der Winkel H oder IHK, den die Linie HI mit CD machet, ist ein rechter Winkel.

Wo ein rechter Winkel ist, den eine Linie mit der andern machet; da ist eine Perpendicular-Linie.

E. Die Linie HI ist eine Perpendicu-Linie auf CD

HI = perpend. in CD

Q. E. I.

Casus II.

BI = perpend. in HI

IX Die Linie BI stehet perpendiculár auf HI bey dem ∠I

Wo eine Linie auf der andern perpendiculár stehet, da ist ein rechter Winkel.

E. Der ∠I ist ein rechter Winkel.

∠I = ∠ recto

* * *

DH = perpend. in HI

X Die Linie DH stehet perpendiculár auf HI bey dem ∠H

Wo eine Linie auf der andern perpendiculár stehet, da ist ein rechter Winkel.

E. Der ∠H ist ein rechter Winkel.

∠H = ∠ recto

∠I = ∠ recto

XI Zween rechte Winkel nemlich ∠H und ∠I, welche die Linien DH und BI mit HI machen, stehen auf der Linie HI

Wo zween rechte Winkel auf einer Linien stehen, da können die beeden andern Linien nimmermehr in einem Punct zusammen stossen.

E. Die Linien DH u. BI können nimmermehr in einem Punct zusammen stossen.

XII Die Linien DH und BI können nimmermehr in einem Punct zusammen stossen

Linien, die nimmermehr in einem Punct zusammen stossen, behalten immer einerley Weite von einander

E. Die Linien DH und BI behalten immer einerley Weite von einander

XIII Die Linien DH und BI behalten immer einerley Weite von einander

Linien, die immer einerley Weite von einander behalten, sind Parallel-Linien

E. Die Linien DH und BI sind Parallel-Linien

DH et BI = parall.

Q. E. II.

Der XII. Lehrsaz.

Tab. III. fig. 38.

82. In einem ieden gleichschenkelichten Triangel sind die Winkel an der Grund-Linie einander gleich und die Perpendicular-Linie, die auf die Grund-Linie fällt, theilet so wol den Winkel, woraus sie gezogen wird, als die Grund-Linie und den Triangel in zwey gleiche Theile.

Δ ACB = aequicruro

Hinc AC = CB

---

x = y

m = n

AD

AD = DB

△ ADC = △ BDC

Demonstratio.

Fit CD = perpend.

* * *

AC = CB

CD = CD

o = u = ∠ *rect. ex constr. perp.*

△ ACD = et ∽ △ CDB §. 72.

x = y

m = n.

AD = DB

∠∠ ad basin in aequicruro sunt aequales et linea perpendicularis diuidit AB et ∠ C et ipsum △ in duas partes aequales.

Vel

Fiat AD = BD

* * *

AC = CB

AD = DB *ex constr.*

CD = CD

△ ACD = et ∽ △ CDB §. 53.

x = y

m = n

o = u

et ob

o = u

CD = perpend.

$\angle\angle$ ad basin in aequicruro sunt aequales et ob o = u linea CD est perpendicularis, quae ob m = n diuidit $\angle$C et ipsum Δ in duas partes aequales.

Vel

Fiat m = n

* * *

AC = CD
CD = CD
m = n *ex constr.*

Δ ACD = et $\backsim$ Δ CDB §. 51.
x = y
AD = DB
o = u
et ob
o = u
CD = perpend.

$\angle\angle$ ad basin in aequicruro sunt aequales et ob o = u linea CD est perpendicularis, quae AB et ipsum Δ diuidit in duas partes aequales.

Per Syllogismos.

CD = perpend.

$\angle$ o = $\angle$ u = $\angle$ recto
AC = CB
CD = CD

I Zwey

I Zwo Seiten und ein gegenüberstehender rechter Winkel sind in △△ ACD und CDB einander gleich

Wenn in △△ zwo Seiten und ein gegenüberstehender rechter Winkel einander gleich sind, so sind sie einander selber gleich und ähnlich

E. Die △△ ACD und CDB sind einander gleich und ähnlich

△ ACD = et ∽ △ CDB

II Die △ ACD und △ CDB sind einander gleich und ähnlich

Triangel, die einander gleich und ähnlich sind, haben auch gleiche nehmliche Seiten und Winkel

E. Die △ ACD und CDB haben gleiche nehmliche Seiten und Winkel

x = y

m = n

AD = DB

In einem gleichschenklichten Triangel sind die ∠∠ an der Grund-Linie einander gleich und die Perpendicular-Linie CD theilet den ∠ C und die Linie AB und das ganze △ in zwey gleiche Theile

Oder

AD = DB ex constr.

CD = CD

AC = CB

I In △△ ACD und CDB sind die 3 Seiten einander gleich

Trian-

Triangel, in welchen 3. Seiten einander gleich sind, sind einander selber gleich und haben auch gleiche nehmliche Seiten und Winkel

E. Die $\Delta\,\Delta$ ACD und CDB sind einander selber gleich und haben auch gleiche nehmliche Seiten und Winkel

Δ ACD = et ∽ Δ CDB

$\angle x = \angle y$

$\angle m = \angle n$

$\angle o = \angle u$

und weil

$o = u$

so ist

CD = perpend.

Die Winkel an der Grund-Linie sind in einem gleichschenklichten Δ einander gleich und weil $o = u$ ist, so ist CD eine Perpendicular-Linie, welche weil $m = n$ den $\angle$ C und ferner weil Δ ACD = CDB das ganze Δ ACB in 2 gleiche Theile theilet.

Oder

AC = CB

CD = CD

$m = n$ *ex constr.*

I Zwo Seiten und ein von ihnen eingeschlosner Winkel sind in $\Delta\,\Delta$ ACD und CDB einander gleich

Trian-

Triangel, in welchen 2 Seiten und 1 von ihnen eingeschlosner Winkel einander gleich sind, sind einander selber gleich und ähnlich

E. Triangel ACD und CDB sind einander selber gleich und ähnlich.

$\triangle$ ACD = et ∽ $\triangle$ CDB

II. Die $\triangle$ ACD = und ∽ $\triangle$ CDB

Triangel, die einander gleich und ähnlich sind, haben auch gleiche nehmliche Seiten und Winkel

E. Die $\triangle$ ACD und $\triangle$ CDB haben gleiche nehmliche Seiten und Winkel

$\angle$ x = y

AD = DB

$\angle$ o = $\angle$ u

und weil

o = u

so ist

CD = perpend.

Die $\angle\angle$ an der Grund-Linie sind in einem gleichschenklichten $\triangle$ einander gleich und weil o = u, so ist CD perpendicular und theilet die Linie AB und den ganzen Triangel in zween gleiche Theile.

Zusaz.

83. In einem gleichseitigen Triangel kan ich, alle drey Seiten zur Basi machen, darauf *Tab. III. fig. 39. n. 1. 2.*

darauf zwo gleiche Linien stehen und mithin müssen auch die 3. Winkel einander gleich seyn und folglich ein jeder das 3tel von 180° das ist 60 haben. Z. E. ABC ist ein gleichseitiger Triangel. Ist AC die Basis und AB = BC ex constr.: so ist $\angle x = \angle y$. Ist AB die Basis und BC = AC ex constr.: so ist $o = x$. Und weil $x = y$ so ist auch $o = x = y$. Und mithin alle 3 Winkel einander gleich. Weil nun

$$o + y + x = 180^\circ$$
$$o = x$$

$$x + y + x = 180^\circ$$
$$y = x$$

$$x + x + x = 3x = 180^\circ$$

So ist $x = 60^\circ$

Und $o = 60^\circ$
$y = 60^\circ$

XIII. Lehrsaz.

Tab. III. fig. 38. 84. Wenn die Winkel an der Grund-Linie eines Triangels einander gleich sind: so sind auch die Schenkel einander gleich.

$\angle\angle$ ad bas. $x = y$

AC = CB = crura $\triangle$

Demon-

Demonstratio.

Fiat m = n

* * *

x = y

m = n *ex constr.*

§. 79

---

o = u

m = n

CD = CD

§. 52

△ ACD = et ∽ △ CDB

AC = CB

Vel

Fiat CD = perpend.

* * *

CD = perp.

§. 12

∠ o = ∠ u = ∠ rect.

∠ x = ∠ y

§. 79

∠ m = ∠ n

∠ o = ∠ u

CD = CD

§. 52

△ ACD = et ∽ △ CDB

AC = CB

Per Syllogismos.

x = y

m = n ex constr.

I Zween ∠ x und ∠ m in △ ACD sind den 2 gleichnahmigen ∠ y und ∠ n in △ CDB gleich

Wenn 2 ∠∠ in einem △ 2 gleichnahmigen Winkeln in andern △ gleich sind, so ist der dritte in dem einen △ auch dem dritten in dem andern △ gleich

E. ist der dritte ∠ in △ ACD dem dritten ∠ in △ CDB gleich

∠ o = ∠ u
m = n
CD = CD

II Zween Winkel und die Seite, auf welcher sie stehen, sind einander gleich in △ △ ACD und CDB

Wo zween Winkel und die Seite, auf welcher sie stehen, einander gleich sind; da sind auch die △ △ einander selber gleich und haben gleiche nehmliche Seiten und Winkel

E. Die △ △ ACD und CDB sind einander selber gleich und haben gleiche nehmliche Seiten und Winkel

△ ACD = et ∽ △ CDB,
AC = CB

Vel

Vel

CD = perpend. ex constr.

* * *

CD = CD = perpend.

I Die Linie CD ist eine Perpendicular-Linie

Die Perpendicular-Linien machet rechte Winkel

E. Die Perpendicular-Linie CD machet rechte Winkel

∠ o = ∠ u = ∠ rect.

∠ x = ∠ y

II In △ ACD sind die 2 Winkel den 2 gleichnahmigen Winkeln in dem △ CDB gleich

In den Triangeln, in welchen 2 Winkel einander gleich sind, ist auch der dritte dem dritten gleich.

E. In △ ACD und △ CDB ist der 3te ∠ dem dritten gleich

∠ m = ∠ n

∠ o = ∠ u

CD = CD

III In △ ACD und △ CDB sind 2 Winkel und die Seite, worauf sie stehen, einander gleich

Triangel, in welchen 2 Winkel und die Seite, worauf sie stehen, einander gleich sind, sind einander selber gleich und ähnlich und haben auch gleichnehmliche Seiten und Winkel

E. $\triangle$ ACD und $\triangle$ CDB haben gleiche nehmliche Seiten und Winkel

$\triangle$ ACD $=$ et $\sim$ $\triangle$ CDB

AC $=$ CB

Wenn die Winkel an der Grund-Linie einander gleich sind: so sind die Triangel gleichschenklicht.

Anmerkung.

85. Wenn man annimmt, daß die Grund-Linie in 2 gleiche Theile getheilet seye und daselbsten eine Perpendicular-Linie stehe: so kan auch gar bald bewiesen werden, daß es ein gleichschenklichter Triangel seye.

AD $=$ DB *ex hypoth.*

CD $=$ perpend. *ex hypoth.*

AC $=$ CB

Demonstratio

CD $=$ perpend.

§. 12

$\angle o = \angle u$

AD $=$ DB

CD $=$ CD

$\triangle$ ACD $=$ et $\sim$ $\triangle$ CDB

$\angle x = \angle y$

$\angle m = \angle n$

AC $=$ CB

Per

Per Syllogismos

CD = perpend.

I Die Linie CD ist eine Perpendicular-Linie

Wo Perpendicular-Linien sind, da sind auch rechte Winkel

E. Bey CD sind rechte Winkel

∠o = ∠u

AD = DB

CD = CD

II In △ ACD und CDB sind 2 Seiten und ein von denselben eingeschlosner Winkel einander gleich

Wo in Triangeln 2 Seiten und ein von denselben eingeschlosner Winkel einander gleich sind: da sind die △△ einander selber gleich und haben gleiche nehmliche Seiten und Winkel

E. Die △△ ACD und CDB sind einander gleich und haben gleiche nehmliche Seiten und Winkel

△ ACD = et ∽ △ CDB

∠x = ∠y

∠m = ∠n

AC = CB

So sind also die △△, wenn ihre Grundlinie in 2 Theile getheilet und daselbsten eine Perpendicular-Linie aufgerichtet worden, gleichschenklicht.

Zusaz.

Tab. III. fig. 40. n. 1. 2.

86. Wenn also drey Winkel einander gleich sind und folgends ein jeder 60° hält; so sind alle drey Seiten einander gleich

∠A = ∠B = ∠C

Sit AB basis

∠A = ∠B = ∠∠ ad basin

AC = CB

* * *

Sit AC basis

∠A = ∠C = ∠∠ ad basin

CB = AB

CB = AC

AB = AC = CB. Q. E. D.

Anmerkung.

Tab. II. fig. 33. n. 2.

87. Wenn ich nach dem XII Lehrsaz beweisen will, es seye FG eine Perpendicular-Linie; so kan ich sagen

△ FDC = △ FEC per constr.

∠o = u

△ FDE = △ aequicr.

§. 82

FG = perpend.

Oder

Oder

es seye FC eine Perpendicular-Linie: so sage ich Tab. III. fig. 33. n. 2.

DC = CE per constr.

△ FDE = △ aequicruro per constr.

§. 82

FC = perpend.

XIIII Lehrsaz.

88. Der Winkel an dem Mittel-Puncte eines Circuls ist zweymal so gros, als der Winkel an der Peripherie, der mit ihm auf einem Bogen stehet Tab. III. fig. 41. n. 1.

I.

o = 2 u

∠ ad centr. = 2 ∠ ad periph. eid. arc. insist.

Demonstratio.

AC = AB = rad.

§. 82

---

x = u I.

* * *

∠ o = ∠ ext.

x + u = ∠∠ intern. oppos.

§. 75

∠ o = ∠ x + u

x = u *ui I.*

---

o = u + u = 2 u. Q. E. I.

Per Syllogismos

AC = rad.
AB = rad. eiusd. circ.

I Die Linien AC und AB sind Radii eines Circuls.
Alle Radii eines Circuls sind einander gleich.
E. Die Linien A C und A B sind einander gleich.

A C = A B

* * *

A C = cruri △ A C B
A B = cruri △ A C B
A C = A B

II In △ ACB sind die 2. Schenkel AC und AB einander gleich.
Triangel, in welchen die 2. Schenkel einander gleich sind, sind gleichschenklicht.
E. Der △ A C B ist gleichschenklicht.

△ A C B = △ aequicruro

III Der △ A C B ist gleichschenklicht.
In einem ieden gleichschenklichten △ sind die Winkel an der Basi einander gleich.
E. In △ A C B sind die Winkel an der Basi einander gleich.

∠x = ∠u (*num.* 1

* * *

∠o = ∠extern.

∠∠x + u = ∠∠intern. oppos.

IV In △ ACB ist der ∠o der äusere und ∠x + ∠u sind die gegen überstehende innern Winkel.

In einem ieden △ ist der äusere ∠ den gegenüberstehenden beeden innern ∠∠ gleich.

E. In △ ACB ist der äusere ∠o den beeden innern gegenüberstehenden ∠∠x + u gleich.

∠o = ∠x + u

∠x = ∠u (*num.* I

V Der ∠u ist dem ∠x gleich.

Gleiches kan für gleiches gesezet werden.

E. Der ∠u kan für ∠x gesezet werden.

∠o = ∠u + u

∠o = 2∠u = 2u. Q. E. D.

So ist der Winkel an dem Mittel-Puncte zweymal so gros als der ∠ an der Peripherie, der mit ihm auf einem Bogen stehet.

II.

∠C = 2∠B.

Demonstratio — *Tab. III. fig. 41. n. 2.*

Ducatur linea B E

x = 2y *ui cas. Imi*

u = 2o *ui cas. Imi*

---

x + u = 2y + 2o = 2(y + o)

$x + u = \angle C$

$\angle C = 2(y + o)$

$y + o = \angle B$

$\angle C = 2\angle B$

Per Syllogismos

$x = \angle$ ad centr.

$y = \angle$ ad periph. eiusd. arc.

I Der $\angle x$ ist ein $\angle$ an dem Mittel-Puncte und stehet mit $\angle y$ an der Peripherie auf einerley Bogen.

Der Winkel an dem Mittel-Puncte, der mit dem $\angle$ an der Peripherie auf einerley Bogen stehet, ist 2mal so gros, als der Winkel an der Peripherie.

E. Der $\angle x$ ist 2mal so gros als der $\angle y$

$\angle x = 2\angle y$

* * *

$u = \angle$ ad centr.

$o = \angle$ ad periph. eiusd. arc.

II Der $\angle u$ ist ein $\angle$ an dem Mittel-Puncte und stehet mit $\angle o$ an der Peripherie auf einerley Bogen.

Der Winkel an dem Mittel-Puncte, der mit dem $\angle$ an der Peripherie auf einerley Bogen stehet, ist 2mal so gros, als der $\angle$ an der Peripherie.

E. Der $\angle u$ ist 2mal so gros als der $\angle o$

$\angle u = 2\angle o$

$\angle x = 2\angle y$ *Syll. I.*

III Zu $\angle u = 2\angle o$ wird gleiches $\angle x = 2\angle y$ addiret.

Wenn man gleiches zu gleichen addiret: so kommen gleiche Summen heraus.

E. Bey $\angle u = 2\angle o$ und $\angle x = 2\angle y$ kommen gleiche Summen heraus.

$$\angle u + \angle x = 2\angle o + 2\angle y$$
$$\angle u + \angle x = 2(\angle o + \angle y)$$
$$\angle u + \angle x = \angle C$$

IV Der $\angle C$ ist den $\angle u + \angle x$ gleich.

Gleiches kan für gleiches gesezet werden.

E. Der $\angle C$ kan für den $\angle u + \angle x$ gesezet werden.

$$\angle C = 2(\angle o + \angle y)$$
$$\angle o + \angle y = \angle B$$

V Der $\angle B$ ist dem $\angle o + \angle y$ gleich.

Gleiches kan für gleiches gesezet werden.

E. Der $\angle B$ kan für den $\angle o + \angle y$ gesezet werden.

$$\angle C = 2\angle B. \quad \text{Q.E.D.}$$

So ist der $\angle$ an dem Mittel-Puncte 2mal so gros als der $\angle$ an der Peripherie.

III.

$$\angle u = 2y$$

Demonstratio

Ducatur linea B E *Tab. III. fig. 41. n. 3.*

$$\angle ECA = \angle o = \angle \text{ ad centr.}$$
$$\angle EBA = \angle x = \angle \text{ ad periph.}$$

ui Caſ. I.

$\angle o = 2\angle x$ (*num.* 1

* * *

$\angle ECD = o + u = \angle$ ad centr.

$\angle EBD = x + y = \angle$ ad periph.

ui Caſ. I.

$\angle o + u = 2\angle x + 2\angle y$

$\angle o = 2\angle x$

$\angle u = 2\angle y$

So iſt der $\angle$ an dem Centro 2mal ſo gros als der $\angle$ an der Peripherie, der mit ihm auf einem Bogen ſtehet.

Per Syllogismos

$\angle ECA = \angle o = \angle$ ad centr.

$\angle EBA = \angle x = \angle$ ad periph.

I Der $\angle o$ iſt ein $\angle$ an Mittelpuncte und ſtehet mit $\angle x$ an der Peripherie auf einerley Bogen.

Der Winkel an dem Mittelpuncte, der mit dem $\angle$ an der Peripherie auf einerley Bogen ſtehet, iſt 2mal ſo gros als der $\angle$ an der Peripherie.

E. Der $\angle o$ iſt 2mal ſo gros als der $\angle x$

$\angle o = 2\angle x$ (*num.* 1

* * *

$\angle ECD = o + u = \angle$ ad centr.

$\angle EBD = x + y = \angle$ ad periph.

II Der $\angle o + u$ iſt ein $\angle$ an Mittelpuncte und ſtehet mit $\angle x + y$ an der Peripherie auf einerley Bogen.

Der

Der Winkel an Mittelpuncte, der mit dem Winkel an der Peripherie auf einerley Bogen stehet, ist 2mal so gros, als der ∠ an der Peripherie.

E. Der ∠ o + u ist 2mal so gros als der ∠ x + y

$$\angle o + u = 2\angle x + 2\angle y$$

$$\angle o = 2\angle x \; num. \; 1.$$

III Von ∠ o + u = 2∠ x + 2∠ y wird gleiches ∠ o = 2∠ x abgezogen.

Wenn man gleiches von gleichen subtrahiret, so bleibet gleiches übrig.

E. Bey ∠ o + u = 2∠ x + 2∠ y bleibt gleiches übrig.

$$\angle u = 2\angle y$$

Der ∠ an Mittelpuncte ist 2mal so gros als der ∠ an der Peripherie, der mit ihm auf einem Bogen stehet.

I. Zusaz.

89. Also hat der Winkel an der Peripherie zu seinem Maase den halben Bogen, worauf er stehet; denn der ganze Bogen ist das Maas des Winkels an dem Mittel-Puncte. Z. E. *Tab. III. fig. 41. n. 4.*

$$\angle D \; mens. = arc. \; BC$$

$$\angle D = 2\angle A$$

$$2\angle A \; mens. = arc. \; BC$$

$$\angle A \; mens. = \tfrac{1}{2} \; arc. \; BC$$

Wenn

Wenn der Winkel an der Peripherie auf einem halben Circul stehet; so ist es klar, daß ein Quadrant desselben Winkels Maas seye. Denn

$$x = 2y$$
$$o = 2u$$

* * *

Tab. III. fig. 42. n. 2.

$$\text{Mens. } y = \tfrac{1}{2} \text{ arc. } AD$$
$$\text{Mens. } u = \tfrac{1}{2} \text{ arc. } DB$$

$$\text{Mens } y + u = \tfrac{1}{2} \text{ arc. } AD + \tfrac{1}{2} \text{ arc. } DB$$
$$AB = AD + DB$$

$$\text{Mens. } y + u = \tfrac{1}{2} \text{ arc. } AB$$
$$AB = \text{semicirc.}$$

$$\text{Mens. } y + u = C = \tfrac{1}{2} \text{ semicirc.} = \text{Quadr.}$$

Alio modo

$$\angle C \text{ mens.} = \tfrac{1}{2} \text{ arc. } ADB$$
$$ADB = \text{semicirc.} = 180$$

$$\angle C \text{ mens.} = \tfrac{1}{2} \text{ semicirc.} = 90$$

Oder

Tab. III. fig. 42. n. 1.

Man stelle sich vor, der Winkel an dem Mittel-Puncte ABD neige sich mit seiner Linie AB so lange herunter, bis er auf die Linie ADB komme: so wird AB auf AB liegen und sein Maas ist ein halber Circul. Da nun ACD der Winkel an der Peripherie ist, so ist sein Maas die Helfte von einem halben Bogen oder ein Quadrant.

Geht

Geht der Winkel an dem Mittel-Puncte über einen halben Circul: so mus auch sein Winkel an der Peripherie über einen Quadranten haben. Z. E. $\angle ABD$ gehet über den halben Circul: so ist $\angle ACD$ Maas gröser, als ein Quadrant. Man kan es auch beweisen. *Tab. III. fig. 42. n. 3.*

$$\angle ABE = x = 2y$$
$$\angle DBE = o = 2u$$
$$\text{Mens. } y = \tfrac{1}{2} \text{ arc. } AE$$
$$\text{Mens. } u = \tfrac{1}{2} \text{ arc. } ED$$

Tab. III. fig. 42. n. 5.

$$\text{Mens. } y + u = \tfrac{1}{2} \text{ arc. } AE + \tfrac{1}{2} \text{ arc. } ED$$
$$AD = AE + DE$$

$$\text{Mens. } y + u = C = \tfrac{1}{2} \text{ arc. } AD$$
$$AD > \tfrac{1}{2} \text{ circ.} = 2 \text{ Quadr.}$$

$$\text{M. } y + u = C > \tfrac{1}{4} \text{ circ.} = \text{Quadr.}$$

Ist der Winkel an dem Mittel-Puncte unter einem halben Circul; so ist seines Winkels an der Peripherie Maas unter einem Quadranten. Z. E. $\angle ABD$ Maas ist kleiner, als ein halber Circul; so ist auch $\angle AED$ Maas kleiner, als ein Quadrant. *Tab. III. fig. 42. n. 2.*

II. Zusaz.

90. Wenn zween oder mehrere Winkel an der Peripherie eines Circuls sich enden und auf einem Bogen stehen; so sind sie einander gleich. Denn

Mens.

Tab. III. fig. 42. n. 6.

Mens. ∠ ABE = ½ arc. AE
Mens. ∠ ACE = ½ arc. AE
Mens. ∠ ADE = ½ arc. AE
§. 34

∠ ABE = ∠ ACE = ∠ ADE

Und also stehen auch Winkel an der Peripherie eines Circuls, die einander gleich sind, auf einerley Bogen.

III. Zusaz.

91. Jeder Winkel in einem halben Circul ist ein rechter Winkel: denn er stehet auf einem halben Circul und also ist sein Maas ein Quadrant §. 89.

Der IV. Zusaz.

92. Wenn der Winkel innerhalb einem Circul auf einem kleinern Bogen, als einem halben Circul stehet; so ist er kleiner, als ein rechter Winkel. Stehet er aber auf einem grössern Bogen, so ist er auch grösser, als ein rechter Winkel und dannenhero in dem ersten Falle spizig, in dem andern stumpf.

Die XV. Aufgabe.

93. Einen Winkelhaken zu probiren, ob er richtig ist oder nicht.

Auf-

Auflösung.

Man beschreibet nach Belieben einen halben Circul und ziehet nach Gefallen von beeden Enden des Diametri bis an die Peripherie die Linien AB und BC. Denn leget man den Winkelhaken mit seinem Winkel an den Punct B. Wenn die Schenkel desselben die beeden Linien zugleich berühren, so ist er richtig. Denn ABC ist ein rechter Winkel und ein Winkelhaken macht einen rechten Winkel. §. 12. *Tab. III. fig. 42. n. 7.*

Die XVI. Aufgabe.

94. Auf das Ende einer Linie ein Perpendicul aufzurichten.

Auflösung.

Man sezet den Zirkel in einen beliebigen Punct C und thut ihn auf bis A. Mit dieser Weite bemerket man auf der Linie AB den Puncte D und legt das Lineal auf D und C und bemerket aus C mit unverrücktem Zirkel den Punct E. Endlich ziehet man die Linie AF, so stehet sie auf AB perpendicular. Denn *Tab. III. fig. 42. n. 8.*

EC = CD = AC = radii

C = centrum

Ergo DAE = semicirc.

$\angle EAD = \angle$ recto §. 89.

AF = perpendic. Q. E. D.

Man kan es auch mit dem Winkelhaken verrichten.

Die XVII. Aufgabe.

95. Eine Linie in zwey gleiche Theile zu theilen.

Auflösung.

Tab. III. fig. 42. n. 9. Man machet aus A und B nach Belieben Durchschnitte in C und D, ziehet die Puncte derselben mit einer graden Linie DC zusammen: so theilet sie die Linie AB in zwey gleiche Theile. Denn

AC = CB
AD = DB
CD = CD

$\triangle$ ACD = et ∽ $\triangle$ CDB
o = y
* * *

AC = CB
CE = CE
o = y

$\triangle$ ACE = et ∽ $\triangle$ CEB
u = x
AE = EB
* * *

AB

$AB = AE + EB$

$AE = EB$

$AB = AE + AE = 2\,AE$

$\frac{1}{2} AB = AE = EB$

Ergo AB diuiſ. in duas partes aequales.

Alio modo

$\triangle ACD = \triangle CDB$ per conſtr.

$o = y$

$\triangle ACB = \triangle$ aequicruro

§. 82

$AE = EB$

Oder

Man machet aus A und C nach Belieben Durchſchnitte in D und B und läſſet durch die Puncte D und B eine gerade Linie BE auf AC herunter fallen: ſo iſt die Linie AC in zwey gleiche Theile getheilet. Denn *Tab. III. fig. 42. n. 10.*

$AD = DC$ ex conſtr.

$x = y = \angle\angle$ ad baſin

$DE =$ perpend. §. 69.

$\triangle ADE =$ et $\backsim$ $\triangle DEC$ §. 72.

$AE = EC$. Q. E. D.

Vel

$AD = DC$ ex conſtr.

$x = y$ $\angle\angle$ ad baſin

ob
DE = perpend. §. 69.
o = u

△ ADE = △ DEC §. 80.
AE = EC
Vel ex §. 79. demonstrari posset

Anmerkung.

Tab. III. fig. fig. 42. n. 11. 96. Man kan es auch mechanisch, das ist, durchs Versuchen verrichten: indem man auf beeden Seiten so lange mit dem Zirkel Abschnitte macht, bis die Helfte getroffen ist.

Der XV. Lehrsaz.

97. In einem Circul sind die Sehnen gleicher Bogen einander gleich und wenn die Sehnen gleich sind, so sind auch die Bogen gleich.

Tab. IV. fig. 43. n. 1.

I.
Arc. AB = Arc. ED

AB = ED

Demonstratio.

Arc. AB = Arc. ED ex constr.
BC = AC = EC = CD radii
* * *
Arc. AB = Arc. ED
§. 10

∠o = ∠x

BC

BC = EC
AC = CD
§. 71

△ ABC = et ∽ △ CDE
AB = ED. Q. E. I.
II.
AB = ED

Arc. AB = Arc. ED

Demonstratio.

AC = CD = rad.
BC = EC = rad.
AB = ED
§. 53

△ ABC = et ∽ △ CED
∠o = ∠x
§. 10

Arc. AB = Arc. EC   Q. E. II.

Per Syllogismos

BC = rad.
AC = rad. eiusd. circ.
EC = rad. eiusd. circ.
CD = rad. eiusd. circ.

I. Die Linien BC, AC, EC, CD sind Radii eines Circuls
Alle Radii eines Circuls sind einander gleich

E. Die Linien BC, AC, EC, CD sind einander gleich

BC = AC = EC = CD

* * *

Arc. AB = Mens. ∠ o

Arc. ED = Mens. ∠ x

Arc. AB = Arc. ED

II Die ∠ o und ∠ x haben einerley Bogen zu ihrem Maas

Winkel, die einerley Bogen zu ihrem Maas haben, sind einander gleich

E. Die ∠ o und ∠ x sind einander gleich

∠ o = ∠ x

BC = EC

AC = CD

III In △ ABC und △ CED sind 2 Seiten und 1 von ihnen eingeschlosner Winkel einander gleich

Triangel, in welchen 2 Seiten und 1 von ihnen eingeschlosner Winkel einander gleich sind, sind einander selber gleich und haben auch gleiche nehmliche Seiten und Winkel

E. Die △ ABC und △ CED sind einander selber gleich und haben gleiche nehmliche Seiten und Winkel

△ ABC = △ CDE

AB = ED

So sind in einem Circul die Sehnen gleicher Bogen einander gleich.

Q. E. I.

II

CE = rad.

CD = rad. eiusd. circ.

BC = rad. eiusd. circ.

AC = rad. eiusd. circ.

I Die Linien CE, CD, BC und AC sind Radii eines Circuls

Die Radii eines Circuls sind einander gleich

E. Die Linien CE, CD, BC und AC sind einander gleich

CE = CD = BC = AC

* * *

AC = CD

BC = CE

AB = DE ex constr.

II In △ ACB und △ CED sind die 3 Seiten einander gleich

Triangel, in welchen die 3 Seiten einander gleich sind, sind einander selber gleich und haben gleiche nehmliche Seiten und Winkel

E. △ ACB und △ CED sind einander selber gleich und haben gleiche nehmliche Seiten und Winkel

△ ACB = △ CED

∠ o = ∠ x

III Die ∠ o und ∠ x sind einander gleich

Winkel, die einander gleich sind, haben auch einerley Bogen zu ihrem Maas

E. Die $\angle o$ und $\angle x$ haben einerley Bogen zu ihrem Maas

Arc. AB = Arc. ED

So sind in einem Circul die Bogen gleicher Sehnen einander gleich

Zusatz.

Tab. IV. fig. 43. n. 2. 98. Wenn man also einen Circul in gleiche Theile theilet und die Sehnen der Bogen ziehet, so hat die Figur lauter gleiche Seiten; aber auch lauter gleiche Winkel. §. 82. Denn

$\angle$ B arc. A C = $\angle$ C arc. BD = D arc. CE und so weiter

Derowegen ist es eine reguläre Figur.

Oder

Arc. AB = BC = CD ex constr. §. 97.

AB = BC = CD etc.

* * *

GA = rad.
GB = rad. eiusd. circ.
GC = rad. eiusd. circ.
GD = rad eiusd. circ.

GA = GB = GC = GD etc.
AB = BC = CD etc.

Δ GBA = Δ GBC = Δ GCD etc.
$\angle y = \angle o$

$\angle$ u

$\angle u = x$

* * *

$\angle y = \angle o$
$\angle u = \angle x$

$\angle y + u = \angle o + x$
$\angle y + u = \angle B = \angle$ Polygon.
$\angle o + x = \angle C = \angle$ Polygon.

$\angle B = \angle C = \angle$ Polygon.

In einer regulären Figur sind die Polygon-Winkel einander gleich.

Die XVIII. Aufgabe.

99. Einen Circul-Bogen in zwey gleiche Theile zu theilen.

Auflösung.

Man machet aus A und B mit beliebter Eröfnung des Zirkels zween Durchschnitte in C und D und ziehet durch die Puncte C und D eine Linie; so ist alsdenn der Bogen AB in zween gleiche Theile bey E getheilet. Denn *Tab. IV. fig. 43. n. 3.*

AF = FB §. 95.
o = u ex perpend.
EF = EF

△ AEF = et ∽ △ EFB

AE = EB

§. 97

Arc. AE = Arc. EB

XVI. Lehrsaz.

100. Die Perpendicular-Linie D A, welche die Sehne E F in G in zwey gleiche Theile theilet, theilet auch den Bogen E D F in zwey gleiche Theile und gehet durch den Mittel-Punct des Circuls C. Und wenn aus dem Mittel-Puncte des Circuls C ein Perpendicul C D auf die Sehne E F gezogen wird: theilet es so wol sie, als den Bogen E D F in zwey gleiche Theile.

Tab. IV. fig. 44. n. 1.

Caſ. I.

EG = GF
DA = perpend.

Arc. ED = arc. DF.

Demonſtratio.

DA = perpend.

§. 12.

∠AGE = ∠AGF
GA = GA
EG = GF *ex hypoth.*

§. 51

△EGA = et ∽ △FGA

∠E

$\angle EAG = \angle GAF$ (1

* * *

$\angle EAG = \frac{1}{2}\angle ECG$ §. 88.

$\frac{1}{2}$ arc. ED $= \frac{1}{2}$ mens. $\angle ECG$

$\frac{1}{2}$ arc. ED $=$ mens. $\angle EAG$ (2

* * *

$\angle GAF = \frac{1}{2}\angle GCF$

$\frac{1}{2}$ arc. DF $= \frac{1}{2}$ mens. $\angle GCF$

$\frac{1}{2}$ arc. DF $= \angle GAF$

$\frac{1}{2}$ arc. ED $= \angle EAG =$ GAF (1 et 2

$\frac{1}{2}$ arc. DF $= \frac{1}{2}$ arc. ED

---

arc. DF $=$ arc. ED. Q. E. *I*.

Alio modo

$\angle EAG = \angle$ ad periph.

§. 88

Mens. $\angle EAG = \frac{1}{2}$ arc. ED

* * *

$\angle GAF = \angle$ ad periph.

§. 88

Mens. $\angle GAF = \frac{1}{2}$ arc. DF.

$\angle GAF = \angle EAG$ (1.

Mens. $\angle EAG = \frac{1}{2}$ arc. DF

Mens. $\angle EAG = \frac{1}{2}$ arc. ED

$\frac{1}{2}$ arc. DF $= \frac{1}{2}$ arc. ED

$\frac{1}{2}$ arc. DF $= \frac{1}{2}$ arc. ED

Arc. DF $=$ Arc. ED

Caſ. II.

$EG = GF$

$DA =$ perpend.

D A tranſit per centrum.

Demonſtratio.

$\triangle EGA =$ et ∽ $\triangle GFA$ *ui caſ. I.*

$EA = FA$

§. 97

Arc. $EA =$ Arc. FA

Arc. $ED =$ Arc. DF. *ui caſ. I.*

Arc. $EA + ED =$ Arc. $FA + DF$

* * *

Arc. $EA + ED + FA + DF =$ tot. Circ.

$EA = FA$

$ED = DF$

$EA + ED + EA + ED =$ tot. Circ.

$2\,EA + 2\,ED =$ tot. Circ.

$EA + ED = \frac{1}{2}$ circ.

$EA = FA$

$ED = DF$

$FA + DF = \frac{1}{2}$ circ.

$EA + ED = \frac{1}{2}$ circ.

AD tranſit inter $FA + DF$ et $EA + ED = \frac{1}{2}$ circ. et $\frac{1}{2}$ circ.

AD diuid. circ. in 2. part. aequ.

§. 7. et 36.

$AD =$ diametr.

AD

AD transit per centrum

Cas. III.

CG = perpend. ex centro ducta

EG = GF

Arc. ED = arc. DF

Demonstratio.

EC = CF = rad.

CG = CG

∠EGC = ∠FGC = recto ex constr. perp.

§. 72, 80, 82.

△EGC = et ∽ △FGC

EG = GF

∠ECG = ∠FCG

§. 34. et 99

Arc. ED = Arc. DF. Q. E. *III.*

Per Syllogismos

Cas. I.

DA = perpend.

I Die Linie DA ist eine Perpendicular-Linie.

Eine Perpendicular-Linie macht rechte Winkel.

E. Die Linie DA macht rechte Winkel.

∠AGE = ∠AGF

GA = GA

EG = GF *ex hypoth.*

II In △AGE und △AGF sind 2. Sei-

Seiten und ein von ihnen einge-
schlosner Winkel einander gleich.

Triangel, in welchen 2. Seiten und ein von ihnen eingeschlosner Winkel einander gleich sind, sind einander selber gleich und haben gleiche nehmliche Seiten und Winkel.

E. Die △ AGE und △ AGF sind einander selber gleich und haben gleiche nehmliche Seiten und Winkel.

△ AGE = △ AGF

∠EAG = ∠FAG

* * *

∠EAG = ∠ ad periph.

∠ECG = ∠ ad centr.

III Der ∠EAG an der Peripherie stehet mit ∠ECG an Mittelpuncte auf einerley Bogen.

Der Winkel an der Peripherie, der mit dem Winkel an Mittelpuncte auf einerley Bogen stehet, ist halb so gros, als dieser.

E. Der ∠EAG ist halb so gros als der ∠ECG.

∠EAG = $\frac{1}{2}$ ∠ECG

Mens. ∠EAG = $\frac{1}{2}$ Mens. ∠ECG

* * *

Arc. ED ductus ex uert. ∠ECG

IV Der Bogen ED ist aus dem Neigungs-Punct des ∠ECG gezogen.

Der

Der Bogen, der aus dem Neigungs-Punct eines Winkels gezogen wird, ist das Maas des Winkels.

E. Der Bogen E D ist das Maas des ∠ E C G.

$$\text{Arc. } ED = \text{Mens. } \angle ECG$$

Mithin

$$\tfrac{1}{2} \text{ Arc. } ED = \tfrac{1}{2} \text{ Mens. } \angle ECG$$

$$\text{Mens. } \angle EAG = \tfrac{1}{2} \text{ mens. } \angle ECG$$

V Das Maas des ∠ E A G und $\frac{1}{2}$ Arc. E D sind dem dritten $\frac{1}{2}$ mens. ∠ E C G gleich.

Wenn 2. Sachen einem dritten gleich sind, so sind sie einander selber gleich.

E. Das Maas des ∠ E A G und $\frac{1}{2}$ Arc. E D sind einander selber gleich.

$$\text{Mens. } \angle EAG = \tfrac{1}{2} \text{ Arc. } CD$$

* * *

$$\angle GAF = \angle \text{ ad periph.}$$

$$\angle GCF = \angle \text{ ad centr.}$$

VI Der ∠ G A F an der Peripherie stehet mit dem ∠ G C F an Mittel-Puncte auf einerley Bogen.

Der Winkel an der Peripherie, der mit dem Winkel an Mittel-Puncte auf einerley Bogen stehet, ist halb so gros als dieser.

E. Der ∠ G A F ist halb so gros als der ∠ G C F.

$$\angle GAF = \tfrac{1}{2} \angle GCF$$

und

und also

Mens. ∠ G A F = $\frac{1}{2}$ Mens. ∠ G C F

* **

Arc. D F ductus ex uert. ∠ G C F

VII Der Bogen D F ist aus dem Neigungs-Puncte des ∠ G C F gezogen.

Der Bogen, der aus dem Neigungs-Punct des Winkels gezogen wird, ist das Maas des Winkels.

E. Der Bogen D F ist das Maas des ∠ G C F.

Arc. D F = Mens. ∠ G C F

mithin

$\frac{1}{2}$ Arc. D F = $\frac{1}{2}$ Mens. ∠ G C F

* * *

$\frac{1}{2}$ Arc. D F = $\frac{1}{2}$ Mens. G C F

Mens. ∠ G A F = $\frac{1}{2}$ Mens. ∠ G C F

VIII Das Maas des ∠ G A F und der $\frac{1}{2}$ Arc. D F sind dem dritten $\frac{1}{2}$ Mens. G C F gleich.

Wenn 2. Sachen einer dritten gleich sind, so sind sie einander selber gleich.

E. Das Maas des ∠ G A F und der $\frac{1}{2}$ Arc. D F sind einander selber gleich.

Mens. ∠ G A F = $\frac{1}{2}$ Arc. D F

∠ G A F = ∠ E A G

IX Der ∠ E A G ist = dem ∠ G A F.

Glei-

Gleiches kan für gleiches gesezet werden.

E. Der ∠ EAG kan für ∠ GAF gesezet werden.

Mens. ∠ EAG = $\frac{1}{2}$ Arc. DF

Mens. ∠ EAG = $\frac{1}{2}$ Arc. ED

X Der $\frac{1}{2}$ Arc. DF und $\frac{1}{2}$ Arc. ED sind einem dritten gleich.

Wenn 2. Sachen einem dritten gleich sind, so sind sie einander selber gleich.

E. Der $\frac{1}{2}$ Arc. DF und $\frac{1}{2}$ Arc. ED sind einander selber gleich.

$\frac{1}{2}$ Arc. DF = $\frac{1}{2}$ Arc ED

$\frac{1}{2}$ Arc. DF = $\frac{1}{2}$ Arc. ED

XI Der $\frac{1}{2}$ Arc. DF = $\frac{1}{2}$ Arc. ED wird zu gleichen addiret.

Wenn man gleiches zu gleichen addiret, so kommen gleiche Summen heraus.

E. Bey $\frac{1}{2}$ Arc. DF = $\frac{1}{2}$ Arc. ED kommen gleiche Summen heraus.

$\frac{1}{2}$ Arc. DF + $\frac{1}{2}$ Arc. DF = $\frac{1}{2}$ Arc. ED + $\frac{1}{2}$ Arc. ED

Ergo

Arc. DF = Arc. ED

Q. E. I.

Alio modo

∠ EAG = ∠ ad periph.

I Der

I Der ∠EAG ist ein ∠ an der Peripherse und stehet auf dem Bogen ED.
Ein ieder ∠ an der Peripherie hat zu seinem Maas den halben Bogen, darauf er stehet.
E. Der ∠ E A G hat zu seinem Maas den halben Bogen E D.
Mens. ∠ EAG = $\frac{1}{2}$ arc. ED.

* * *

∠GAF = ∠ ad periph.

II Der ∠G A F ist ein ∠ an der Peripherie und stehet auf dem Bogen D F
Ein ieder ∠ an der Peripherie hat zu seinem Maas den halben Bogen, darauf er stehet.
E. Der ∠ G A F hat zu seinem Maas den halben Bogen D F
Mens. ∠GAF = $\frac{1}{2}$ arc. DF
∠GAF = ∠EAG (1

III Der ∠E AG ist = dem ∠GAF.
Gleiches kan für gleiches gesezet werden.
E. Der ∠EAG kan für ∠GAF gesezet werden.
Mens. ∠EAG = $\frac{1}{2}$ arc. DF
Mens. ∠EAG = $\frac{1}{2}$ arc. ED

IV Der $\frac{1}{2}$ arc. D F und $\frac{1}{2}$ arc. E D sind einem dritten gleich.
Wenn 2. Sachen einer dritten gleich sind, so sind sie einander selber gleich.

E. Der

E. Der $\frac{1}{2}$ arc. DF und $\frac{1}{2}$ arc. ED sind einander selber gleich.

$\frac{1}{2}$ arc. DF = $\frac{1}{2}$ arc. ED

$\frac{1}{2}$ arc. DF = $\frac{1}{2}$ arc. ED

V Zu $\frac{1}{2}$ arc. DF = $\frac{1}{2}$ arc. ED wird gleiches addiret.

Wenn man gleiches zu gleichen addiret, so kommen gleiche Summen heraus.

E. Bey $\frac{1}{2}$ arc. DF = $\frac{1}{2}$ arc. ED kommen gleiche Summen heraus.

Arc. DF = Arc. ED.

Cas. II.

△EGA = et ∽ △GFA (*cas. I.*

I Die △EGA und △GFA sind einander gleich und ähnlich.

Figuren, die einander gleich und ähnlich sind, haben auch gleiche nehmliche Seiten und Winkel.

E. Die △EGA und △GFA haben gleiche nehmliche Seiten und Winkel.

EA = FA

* * *

EA = chord. Arc. EA

FA = chord. Arc. FA

II Die Linien EA und FA sind gleiche Sehnen in einem Circul.

Wenn in einem Circul die Sehnen einander gleich sind, so sind auch ihre Bogen einander gleich.

E. Bey E A und F A sind auch die Bogen einander gleich.

Arc. E A = Arc. F A

Arc. E D = Arc. DF

III Zu dem Bogen E A = Arc. F A wird gleiches addiret.

Wenn man gleiches zu gleichen addiret: so kommen gleiche Summen heraus.

E. Bey Arc. E A = Arc. F A kommen gleiche Summen heraus.

Arc. E A + Arc. ED = Arc. F A + Arc. DF

* * *

Arc. E A + E D + F A + D F = tot. Circ.

E A = FA

ED = DF

IV Der Bogen E A = F A u. E D = D F Gleiches kan für gleiches gesezet werden.

E. Der Bogen E A und E D kan für F A und D F gesezet werden.

Arc. E A + ED + E A + ED = tot. Circ.

2. Arc. E A + 2 Arc. E D = tot. Circ.

und also

Arc. E A + Arc. ED = $\frac{1}{2}$ Circ.

E A = F A

E D = D F

V Der Bogen E A = F A und E D = D F.

Glei-

Gleiches kan für gleiches gesezet werden.

E. für E A kan F A und für E D kan D F gesezet werden.

Arc. F A + D F = $\frac{1}{2}$ circ.

Arc. E A + E D = $\frac{1}{2}$ circ.

A D transit inter F A + D F et E A + E D = $\frac{1}{2}$ circ. et $\frac{1}{2}$ circ.

VI Die Linie AD gehet zwischen F A + D F und E A + E D = $\frac{1}{2}$ circ. et $\frac{1}{2}$ circ. hindurch.

Die Linie, die zwischen 2. halben Circuln hindurch gehet, theilet den Circul in 2. gleiche Theile.

E. Die Linie A D theilet den Circul in 2. gleiche Theile.

AD diuidit circ. in 2. part. aequ.

VII Die Linie A D theilet den Circul in 2. gleiche Theile.

Die Linie, die den Circul in 2. gleiche Theile theilet, ist ein Diameter und gehet durch den Mittelpunct.

E. Die Linie A D ist ein Diameter und gehet durch den Mittelpunct.

A D transit per centrum

Q. E. II.

Cas. III.

E C et C F = rad.

I E C und C F sind Radii eines Circuls.

Alle Radii eines Circuls sind einander gleich.

E. sind E C und C F einander gleich.

$$EC = CF$$
$$CG = CG$$
$$\angle EGC = \angle FGC = \angle \text{ rect. ex constr.}$$

II In △ E G C und △ G F C sind 2. Seiten und ein gegenüberstehender rechte ∠ einander gleich.

Triangel, in welchen 2. Seiten und 1. gegenüberstehender rechte ∠ einander gleich sind, sind einander gleich und ähnlich.

E. Die △ E G C und △ G F C sind einander gleich und ähnlich.

$$\triangle EGC = \text{et} \backsim GFC$$

III Der △ E G C und △ G F C sind ein-einander gleich und ähnlich.

Triangel, die einander gleich und ähnlich sind, haben auch gleiche nehmliche Seiten und Winkel.

E. Der △ E G C und △ G F C haben gleiche nehmliche Seiten und Winkel.

$$EG = GF$$
$$\angle ECG = \angle GCF$$

Vel

$$EC = CF$$

IV In △ E F C sind die Seiten E C und C F einander gleich.

Trian-

Triangel, in welchen 2. Seiten einander gleich sind, sind gleichschenkelichte Triangel.

E. Der △ EFC ist gleichschenkelichter Triangel.

△ EFC = △ aequicruro

CG = perpend.

V Die Linie CG ist eine Perpendicular-Linie auf der Basi △ EFC.

Die Perpendicular-Linie, die auf der Basi eines gleichschenklichten △ stehet, theilet die Basin in 2. gleiche Theile und macht die nehmliche Winkel einander gleich.

F. Die Perpendicular-Linie CG theilet EF in 2. gleiche Theile und macht die nehmliche Winkel einander gleich.

EG = GF

∠ECG = ∠GCF

VI Der ∠ECG und ∠GCF sind einander gleich.

Winkel die einander gleich sind, haben auch gleiche Bogen zu ihrem Maas.

F. Der ∠ECG und ∠GCF haben gleiche Bogen zu ihren Maas.

Arc. ED = Mens. ∠ECG

Arc. DF = Mens. ∠GCF

Mithin

Arc. ED = Arc. DF.

Q. E. III.

Man kan auch diese 3 Casus auf eine andere und zwar folgende Art beweisen

Tab. IV. fig. 44. n. 2.

Cas. I

EG = GF
DA = perpend.

Arc. ED = Arc. DF

Demonstratio.

EG = GF *ex hypoth.*
DG = DG
∠ EGD = ∠ DGF *ex perp. DA*
§. 51

△ EDG = et ∽ △ DGF
DE = DF
DE = chord. Arc. DE
DF = chord. Arc. DF
§. 97

Arc. DE = Arc. DF
Vel
EG = GF
DG = perpend.
§. 85

△ FDE = △ aequicruro
FD = DE
§. 97

Arc. DE = Arc. DF
Q. E. I.

Caſ. II

EG = GF

GA = perpend.

§. 85

EA = FA

§. 97

Arc. EA = Arc. FA

Arc. ED = Arc. DF (*Caſ. I*

Arc. EA+ED = Arc. FA+DF

EA+ED+FA+DF = tot. circ.

EA+ED = ſemicirc.

FA+DF = ſemicirc.

AD tranſit inter 2 ſemicirc.

§. 36

AD tranſit per centrum

Vel

△ EDG = et ∾ DGF (*Caſ. I.*

§. 51.

∠ EDG = ∠ FDG

§. 88

$\frac{1}{2}$ Arc. EA = $\frac{1}{2}$ Arc. FA

$\frac{1}{2}$ Arc. EA = $\frac{1}{2}$ Arc. FA

Arc. EA = Arc. FA

Arc. DE = Arc. FD (Caſ. I

Arc. AED = Arc. AFD

§. 36

AD tranſit per centrum

Caſ. III

C = centr.

GC = perpend. in EF

EG = GF

Arc. ED = Arc. DF

Demonſtratio

EC = FC = rad.

§. 13

Δ EFC = Δ aequicr.

GC = perpend.

§. 82

EG = GF

* *

EG = GF

DG = perpend.

§. 85

DE = DF

§. 97

Arc. DE = Arc. DF

Per

Per Syllogismos.

EG = GF
DG = DG
∠ EGD = DGF

I In △ EDG und △ DGF sind 2 Seiten und ein von ihnen eingeschlosner ∠ einander gleich

Triangel, in welchen 2 Seiten und ein von ihnen eingeschlosner ∠ einander gleich sind, sind einander selber gleich und haben gleiche nehmliche Seiten und Winkel

E. Die △ EDG und △ DGF sind einander selber gleich und haben gleiche nehmliche Seiten und Winkel

△ EDG = et ∽ △ DGF
DE = DF
DE = chord. arc. DE
DF = chord. arc. DF

II Die Sehne DE von Bogen DE ist gleich der Sehne DF von dem Bogen DF

Gleiche Sehnen haben auch gleiche Bogen

Die Sehnen DE und DF haben gleiche Bogen

Arc. DE = Arc. DF

Vel

EG = GF
DG = perpend.

III In △ FDE ist die Basis in 2 gleiche Theile von der Perpendicular-Linie DG getheilet

Triangel, in welchen die Basis in 2 gleiche Theile von einer Perpendicular-Linie getheilet wird, sind gleichschenklichte Triangel

E. Der △ FDE ist ein gleichschenkelichter Triangel

△ FDE = △ aequicruro

IV Der △ FDE ist ein gleichschenkelichter Triangel

In einem gleichschenkelichten △ sind die beeden Schenkel, die auf der Basi stehen, einander gleich

E. In dem △ FDE sind die beeden Schenkel, die auf der Basi stehen, einander gleich

FD = DE

V FD und DE sind gleiche Sehnen

Gleiche Sehnen haben auch gleiche Bogen

E. Die Sehnen FD und DE haben gleiche Bogen

Arc. FD = Arc. DE

Q. E. I.

Cas. II

EG = GF
GA = perpend

I In

I In △ EAF wird die Basis von der Perpendicular-Linie GA in 2 gleiche Theile getheilet

Triangel, in welchen die Basis von einer Perpendicular-Linie in 2 gleiche Theile getheilet wird, sind gleichschenklichte Triangel und haben gleiche Schenkel

E. Der △ EAF ist ein gleichschenklichter △ und hat gleiche Winkel

EA = FA

II EA und FA sind gleiche Sehnen

Gleiche Sehnen haben auch gleiche Bogen

E. Die Sehnen EA und FA haben auch gleiche Bogen

Arc. EA = Arc. FA

Arc. ED = Arc. DF

III Zu Arc. EA = Arc. FA wird gleiches addiret

Wenn man gleiches zu gleichen addiret: so kommen gleiche Summen heraus

E. Bey Arc. EA = Arc. FA kommen gleiche Summen heraus

Arc. EA + ED = Arc. FA + DF

EA + ED + FA + DF = tot. Circ.

IV Die zwey gleiche Bogen EA + ED und FA + DF machen einen ganzen Circul aus

Zwey gleiche Bogen, die einen ganzen Circul machen, sind 2 halbe Circul

E. Die Bogen EA + ED und FA + DF sind 2 halbe Circul

EA + ED = semicirc.

FA + DF = semicirc.

AD transit inter duos semicirc.

V Die Linie AD gehet zwischen 2 halbe Circul durch

Die Linie, die zwischen 2 halbe Circul durchgehet, gehet auch durch den Mittel-Punct

E. Die Linie AD gehet durch den Mittelpunct

AD transit per centrum

Vel

△ EDG = et ∽ △ DGF (Cas. I

VI Die △ EDG und △ DGF sind einander gleich und ähnlich

Figuren, die einander gleich und ähnlich sind, haben auch gleiche nehmliche Seiten und Winkel

E. Die △ EDG und △ DGF haben gleiche nehmliche Seiten und Winkel

∠ EDG = ∠ FDG

VII Die ∠ EDG und ∠ FDG sind Winkel an der Peripherie

Die

Die Winkel an der Peripherie haben zu ihrem Maas den halben Bogen, worauf sie stehen

E. Die ∠ EDG und ∠ FDG haben zu ihrem Maas den halben Bogen, worauf sie stehen.

Mens. ∠ EDG = $\frac{1}{2}$ arc. EA

Mens. ∠ FDG = $\frac{1}{2}$ arc. FA

∠ EDG = ∠ FDG

VIII Mens. ∠ EDG = $\frac{1}{2}$ arc. EA und

Mens. ∠ FDG = $\frac{1}{2}$ arc. FA

Gleiches kan für gleiches gesezet werden

E. Für Mens. ∠ EDG und ∠ FDG kan gleiches gesezet werden

$\frac{1}{2}$ arc. EA = $\frac{1}{2}$ arc. FA

$\frac{1}{2}$ arc. EA = $\frac{1}{2}$ arc. FA

IX Zu $\frac{1}{2}$ arc. EA = $\frac{1}{2}$ arc. FA wird gleiches addiret

Wenn man gleiches zu gleichen addiret: so kommen gleiche Summen heraus

E. Bey $\frac{1}{2}$ arc. EA = $\frac{1}{2}$ arc. FA kommen gleiche Summen heraus

$\frac{1}{2}$ arc. EA + $\frac{1}{2}$ arc. EA = $\frac{1}{2}$ arc. FA + $\frac{1}{2}$ arc. FA

Arc. EA = Arc. FA

Arc. DE = Arc. FD

X Zu Arc. EA = Arc. FA wird gleiches addiret

Wenn

Wenn man gleiches zu gleichen addiret, so kommen gleiche Summen heraus

E. Bey Arc. EA = Arc. FA kommen gleiche Summen heraus

Arc. EA+DE = Arc. FA+FD

Arc. AED = Arc. AFD

* * *

Arc. AED+AFD = tot. Circ.

AED = AFD

XI Die Bogen AED und AFD, die einen ganzen Circul machen, sind einander gleich.

Wenn 2 Bogen, die einen ganzen Circul machen, einander gleich sind: so sind sie 2 halbe Circul

E. Die Bogen AED und AFD sind 2 halbe Circul.

AED = $\frac{1}{2}$ circ.

AFD = $\frac{1}{2}$ circ.

AD transit inter 2 semicirc.

XII Die Linie AD gehet zwischen 2 halben Circuln hindurch

Die Linie, die zwischen 2 halben Circuln hindurch gehet, gehet auch durch den Mittelpunct

E. Die Linie AD gehet durch den Mittelpunct.

AD transit per centrum.

Caſ. III

EC = rad.

FC = rad.

XIII Die Linien EC und FC ſind Radii eines Circuls

Alle Radii eines Circuls ſind einander gleich

E. Die Linien EC und FC ſind einander gleich

EC = FC

XIV In △ ECF ſind EC und FC die Schenkel einander gleich

Triangel, in welchen die Schenkel einander gleich ſind, ſind gleichſchenkelichte Triangel

E. Der △ ECF iſt ein gleichſchenkelichter △

△ ECF = △ aequicruro

GC = perpend. in EF

XV In dem gleichſchenkelichten △ ECF ſtehet die Linie GC perpendicular auf EF der Baſi

In einem gleichſchenkelichten △ wird die Baſis von der Perpendicular-Linie in 2 gleiche Theile getheilet

E. In △ ECF wird die Baſis in 2 gleiche Theile getheilet

EG = GF

DG = perpend.

XVI In Δ DEF ist die Basis EF durch die Perpendicular-Linie DG in 2 gleiche Theile getheilet

Triangel, in welchen die Basis von der Perpendicular-Linie in 2 gleiche Theile getheilet wird, sind gleichschenkelichte Δ und haben dahero gleiche Schenkel

E. Δ DEF ist ein gleichschenkelichter Δ und hat gleiche Schenkel

DE = DF

DE = DF = chord.

XVII Die Sehnen DE und DF sind einander gleich

Die Sehnen, die einander gleich sind, haben auch gleiche Bogen

E. Die Sehnen DE und DF haben auch gleiche Bogen

Arc. DE = Arc. DF

Die XIX. Aufgabe.

Tab. IV. fig. 45. n. 1. 101. Einen Winkel in zween gleiche Theile zu theilen.

Auflösung.

Man sezt den Zirkel in A und bemerket mit beliebter Eröfnung die Puncte D und E: daraus macht man einen Durchschnitt in F und ziehet die Linie AF; diese theilet den ∠ A in zwey gleiche Theile. Denn

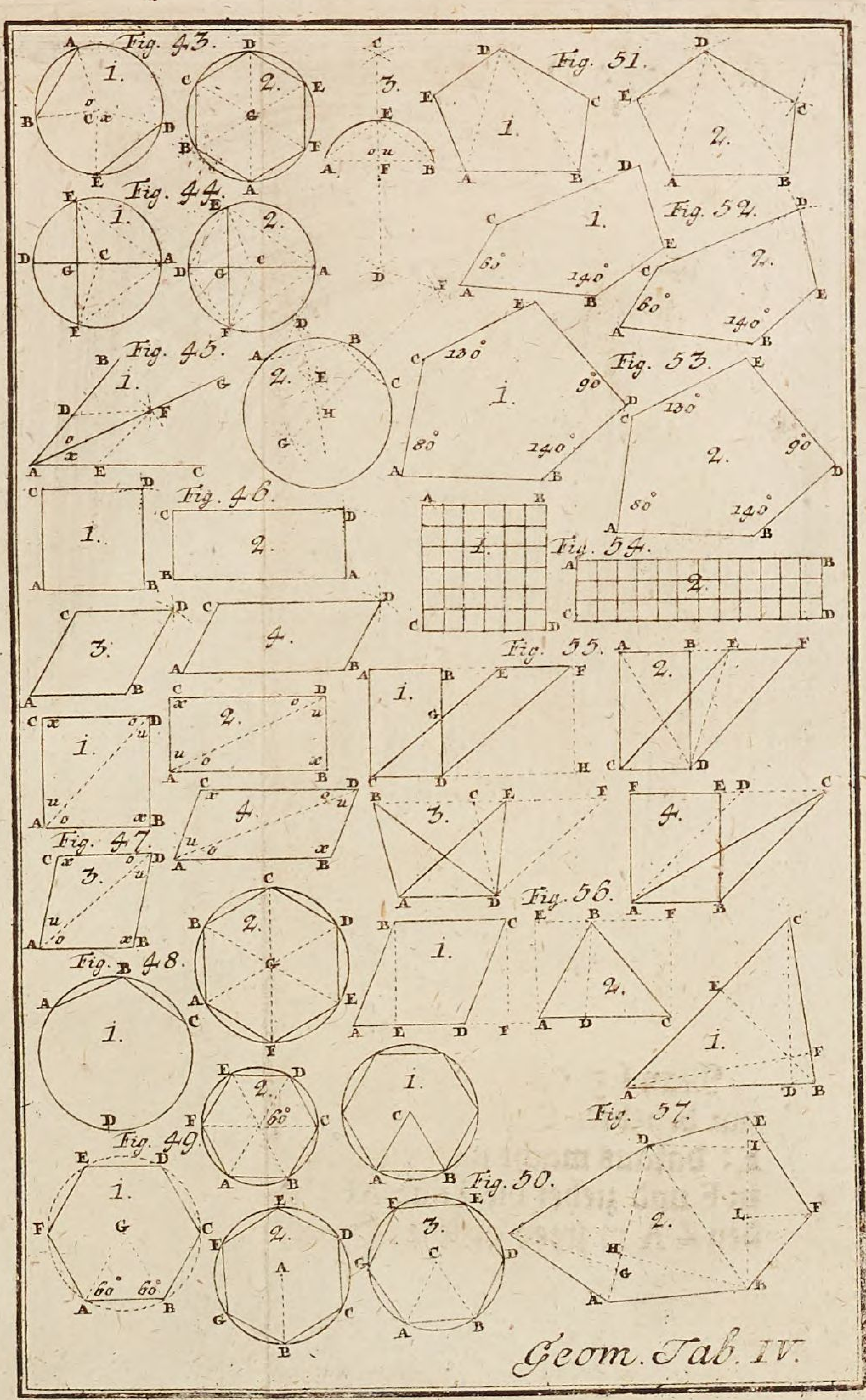


Fig. 43.
Fig. 44.
Fig. 45.
Fig. 46.
Fig. 47.
Fig. 48.
Fig. 49.
Fig. 50.
Fig. 51.
Fig. 52.
Fig. 53.
Fig. 54.
Fig. 55.
Fig. 56.
Fig. 57.

Geom. Tab. IV.

AF = AF
DF = EF
AD = AE

Δ ADF = et ∽ Δ AFE
o = x
Ergo ∠ A diuisus in 2 partes aequales.

Die XX. Aufgabe.

102. Durch drey gegebene Puncte A, B, C einen Circul zu beschreiben. *Tab. V. fig. 45. n. 2.*

Auflösung.

Man macht aus A und B mit beliebter Eröfnung die Durchschnitte D und E und zieht die Linie DE. Gleichergestalt macht man aus B und C die Durchschnitte F und G und ziehet die Linie FG. Wo die beeden Linien DE und FG einander schneiden nemlich in H; daselbst ist der Mittel-Punct des Circuls.

Demonstratio.
D et E sunt incisiones
§. 95

AB diuiditur in 2 part. aequ.
et
DE perpend. in AB
§. 100

DE transit per centrum

***

F et G sunt incisiones
§. 95

BC diuiditur in 2 part. aequ.
et
FG = perpend. in BC
§. 100

FG = transit per centrum.
DE transit per centrum
ob
punctum incisionis unicum
§. 41

FG et DE transeunt per centrum H.
Ergo
ex H circulus describi potest per tria puncta. Q. E. D.

Die XXI. Aufgabe.

103. Auf eine gegebene Linie AB ein Quadrat zu machen.

Auflösung.

Tab. IV. fig. 46. n. 1. Man richtet in A ein Perpendicul auf und machet es so gros wie AB. Aus C und B machet man mit AB einen Durchschnitt in D und ziehet die Linien CD und DB.

Anmerkung.

104. Weil zwey Linien sich nur in einem Pun-

ete schneiden können: so kan keine andere Figur heraus kommen, als gegenwärtige ist; wenn ich vorher seze, daß alle Linien einander gleich und bey A ein Perpendicul seye. Ferner weil AB und CD, wie auch AC und BD Parallel-Linien sind: so sind bey C, D, B lauter rechte Winkel. Mithin ist die Figur ein Quadrat.

Die XXII. Aufgabe.

105. Aus zwey gegebenen Linien AB und BC ein Rectangulum zu machen.

Auflösung.

Man sezet BC auf AB perpendicular und ziehet aus A mit BC einen Bogen und aus C mit AB einen andern, der den ersten in D durchschneidet. Endlich ziehet man die Linien CD und DA. Tab. IV. fig. 46. n. 2.

Anmerkung.

106. Der Schlus ist wie vorher bey dem Quadrat; nur daß hier die gegenüberstehende Seiten einander gleich sind.

Die XXIII. Aufgabe.

107. Aus einer gegebnen Linie AB und einem schiefen Winkel einen Rhombum zu machen. Tab. IV. fig. 46. n. 3.

Auflösung.

Man sezet auf die Linie AB den gegebenen Winkel A und machet AC = AB. Aus C und B machet man mit AB einen Durchschnitt in D und ziehet die Linien CD und DB.

Anmerkung.

108. Wenn der Winkel A gegeben wird und die 4. Seiten einander gleich sind, so kan keine andere Figur mehr gemachet werden, als diese gegenwärtige: weil zwey Linien sich nur in einem Puncte schneiden können, die mir denn auch die übrigen Winkel determiniren.

Die XXIV. Aufgabe.

109. Aus zwo gegebenen Linien AB und AC nebst einem schiefen Winkel A einen Rhomboidem zu machen.

Auflösung.

Man richtet in A den gegebenen Winkel auf und machet AC der andern gegebnen Linie gleich. Man ziehet aus B mit
Tab. IV. fig. 46. n. 4. AC einen Bogen und aus C mit AB einen andern, der den ersten in D durchschneidet. Endlich ziehet man die Linien CD und DB.

Anmer-

Anmerkung.

110. Der Schlus ist wie vorher bey dem Rhombo; nur daß hier die gegenüber stehende Seiten einander gleich sind.

Der XVII Lehrsaz.

111. Ein Quadrat, Rectangulum, Rhombus und Rhomboides wird von der Diagonal-Linie AD in zwey gleiche Theile getheilet: die beeden einander entgegen gesezte Winkel sind einander gleich und die entgegen gesezte Seiten AB und CD, AC und BD einander parallel. Tab. IV. fig. 47. n. 1. 2. 3. 4.

ducatur A D diagonalis

Quadr. et Rect. Rhombus et Rhomboides diuiduntur in 2. partes aequales I.
∠∠ oppositi sunt aequales II.
latera opposita sunt parallela III.

Demonstratio.

AC = BD
CD = AB
AD = AD
§. 53

△ACD = et ∽ △ABD
x = x
x = o
u = u
* * *

ACDB = △ACD + △ADB

$\triangle ACD = \triangle ADB$

ACDB per AD
diuid. in 2. partes aequ.
Q. E. I.
* * *

o = o
u = u

o + u = o + u
∠A = ∠D
∠x = ∠x
∠∠ oppoſiti ſunt aequales Q. II. erat.
* * *
∠o = ∠o = ∠ altern.
§. 73

CD et AB = parall.
* * *
u = u = ∠∠ altern.
§. 73

AC et BD = parall.
CD et AB = parall

Lat. oppoſ. = parall.
Q. E. III.

Per Syllogismos
I
AC = BD
CD = AB
AD = AD

I In △ ACD und △ ABD sind die 3. Seiten einander gleich.

Triangel, in welchen 3. Seiten einander gleich sind, sind einander selber gleich und haben auch gleiche nehmliche Winkel.

E. △ ACD und △ ABD sind einander selber gleich und haben gleiche nehmliche Winkel.

△ ACD = △ ABD
x = x
o = o
u = u
* * *

Fig. ACDB = △ ACD + △ ADB
△ ACD = △ ADB

II Die zween △ ACD und △ ADB machen das ganze ACDB aus und sind einander gleich.

Zween △△, die ein ganzes ausmachen und einander gleich sind, theilen das ganze in 2. gleiche Theile.

E. Die △ ACD und △ ADB theilen das ganze ACDB in 2. gleiche Theile.

Fig. ACDB diuiditur per AD
in duas partes aequales

Q. E. I.

II.

o = o

u = u *Cas. I.*

III Zu dem ∠o = ∠o wird gleiches addiret.

Wenn man gleiches zu gleichen addiret: so kommen gleiche Summen heraus.

E. Bey ∠o = ∠o kommen gleiche Summen heraus.

o + u = o + u

∠A = ∠D

∠x = ∠x *Cas. I.*

Anguli oppositi in ABCD sunt aequales. Q. E. II.

III.

∠o = ∠o = ∠altern.

IV Die ∠o und ∠o sind Wechsels-Winkel und einander gleich.

Wo Wechsels-Winkel einander gleich sind, da sind Parallel-Linien.

E. Bey ∠o und ∠o sind Parallel-Linien.

CD et AB = parall.

* * *

∠u = ∠u = ∠altern.

V Die Wechsels-Winkel ∠u und ∠u sind einander gleich.

Wo Wechsels-Winkel einander gleich sind, da sind Parallel-Linien.

E. Bey

E. Bey ∠u und ∠u sind Parallel-Linien.

AC et BD = parall.
CD et AB = parall.

Ergo Latera opposita in ABCD sunt parallela. Q. E. III.

Die XXV. Aufgabe.

112. Den Winkel in einem regulären Vielecke zu finden. *Tab. IV. fig. 48. n. 1.*

Auflösung.

Man theilet 360. durch die Zahl der Seiten des Viel-Eckes. Was heraus kommet, ziehet man von 180. ab; so bleibet die Zahl der Grade für den gegebenen Winkel übrig. Z. E. im Sechs-Ecke dividiret man 360. durch 6. und ziehet den Quotienten 60. von 180. ab; so kommet für ABC 120° heraus.

$AB = \frac{1}{6}$ circ.

---

arc. $AB = 360 : 6 = 60°$
$\angle B = \frac{1}{2}$ circ. $- AB$
$\angle B = 180° - 60°$
$\angle B = 120°$

Demonstratio.

Arc. $AB = BC$
§. 97.

$AB = BC$

 ∠B

* * *

$\angle B = \angle$ ad periph.

§. 88.

$\frac{1}{2}$ arc. AC = menſ. $\angle B$
$\frac{1}{2}$ arc. AC = AD

Arc. AD = menſ. $\angle B$

* * *

$AB + BC + CD + AD$ = tot. Circ.
$AB = BC$

$2AB + CD + AD$ = tot. Circ.
$AD = CD$

$2AB + 2AD$ = tot Circ.

$AB + AD = \frac{1}{2}$ circ.
$AB = AB$

$AD = \frac{1}{2}$ circ. — AB
AB = lat. polyg. regul.

$AD = \frac{1}{2}$ circ. — lat. pol. reg.

Latus ergo polyg. regularis inuenitur: ſi 360° diuiduntur per num. polygoni. Hoc facto detrahatur latus polyg. ſemicirculo et habebis menſuram $\angle$ polygoni regularis. Q. E. D.

Die XXVI. Aufgabe.

Tab. IV. fig. 48. n. 2. 113. In einem ieden Viel-Ecke die Summe aller Winkel zu finden.

Auf-

Auflösung.

Man multipliciret 180. durch die Zahl der Seiten des gegebenen Viel-Eckes und von dem Product ziehet man 360. ab: so bleibet die Summe der Winkel übrig. Z. E. 180. mit 6. in einem Sechs-Ecke gibt 1080; davon wird 360. abgezogen und bleibt 720. als das Maas der gesamten Winkel in dem Polygono. Denn

Tot sunt △, quot latera fig.
Sed
Quoduis △ habet 180°

Toties 180° numerantur, quot sunt △.
Sed
∠∠ circa centrum non pertinent ad ∠∠ polygoni regul; habent uero 360° §. 47.

Detractis ∠∠ circa centrum mensura restat ∠∠ polygoni regularis. Q. E. D.

Die XXVII. Aufgabe.

114. Auf eine gegebene Linie A B ein begehrtes reguläres Viel-Ecke zu beschreiben.

Auflösung.

Man trägt in A und B den halben Polygon-Winkel: so werden sich die Seiten des gleichschenkelichten Triangels A B G im *Tab. IV. fig. 49. n. 1.*

im Mittel-Puncte des Circuls G durchschneiden. Man beschreibet aus G mit G A den Circul und trägt die Seite A B darinnen herum. Z. E. in einem Sechs-Ecke ist der halbe Polygon-Winkel 60° §. 112. Mit demselben construire ich auf der Basi ein gleichschenkelichtes △; so bekomme ich den Mittel-Punct zu dem verlangten Circul, worein die Seite A B sechs mal getragen wird. Man merket anbey, daß diese Aufgabe gleich aus der vorhergehenden folge. Denn da sehen wir, daß alle △ aus dem Centro gezogen und einander gleich sind: daß auch dahero, weil alle ∠∠ an der Basi einander gleich sind, der Polygon-Winkel von den Radiis in 2. gleiche Theile getheilet wird. Und mithin kan mit der Helfte des Polygon-Winkels das Centrum gefunden und das Vieleck aufgerichtet werden.

Die XXVIII. Aufgabe.

115. In einen gegebenen Circul ein reguläres Viel-Ecke zu beschreiben.

Auflösung.

Tab. IV. fig. 49. n. 2. Man dividiret 360. durch die Zahl der Seiten: so hat man die Grösse des Winkels an dem Centro; den trägt man auf den Radium, so gibt sich die Seite des Viel-

Vieleckes, die man in den Circul herum tragen kan. Z. E.

360 : 6 = 60. mens. ∠ ad centrum simulque fit mensura chordae et arcus, ex quo polygonum regulare confici potest.

Demonstratio.

∠∠ ad centrum = 360° §. 47.

Si

diuid. per num. polygoni regul.

∠∠ ad centrum sunt inter se aequales

crura △ = radiis

△△ ipsa sunt inter se aequalia.

Ergo latera polygoni sunt aequalia.

Atque hinc etiam, quia chordae sunt aequales, arcus fiunt aequales

---

Polygonum regulare inclusum est circulo.

Der XVIII. Lehrsaz.

116. Die Seite des Sechs=Eckes ist dem Radio des Circuls, worein es geschlossen ist, gleich. *Tab. IV. fig. 50. n. 1.*

Fiat △ ex rad. ductum

AB = AC = BC

Demonstratio.

∠ACB = 360° : 6 = 60° §. 112.

△ A

* * *

$\triangle ACB = 180^\circ$
$\angle ACB = 60$ *I.*

§. 78.

$\angle CAB + \angle CBA = 120^\circ$
ob
$AC = CB =$ rad.

§. 82.

$\angle CAB = \angle CBA$ *II.*

$\angle CAB + \angle CAB = 120^\circ$

$2\angle CAB = 120^\circ$

$\angle CAB = 60^\circ$
$\angle CBA = 60^\circ$ *ui II.*
$\angle ACB = 60^\circ$ *ui I.*

§. 83.

$\triangle ACB =$ aequilatero

§. 83.

$AB = AC = BC$

Die Seite des Sechs-Eckes ist dem Radio seines Circuls gleich.

Per Syllogismos

$\angle ACB = \angle$ Sexang. ad centr.

I Der $\angle ACB$ ist der $\angle$ in Sechs-Eck an Centro.

Der Winkel in Sechs-Eck an Centro wird gefunden, wenn man 360. durch 6. dividiret.

E. Der

E. Der ∠ACB wird gefunden, wenn man 360. durch 6. dividiret.

$\angle ACB = 360 : 6 = 60$

* * *

$\triangle ACB = 180$

$\angle ACB = 60$

II In △ ACB wird von 180. der ∠ACB = 60. abgezogen.

Wenn in einem △ von 180. der eine ∠ wird abgezogen: so bleibt die Summe der beeden andern ∠∠ übrig.

E. in △ ACB bleibt die Summe der beeden andern ∠∠ übrig.

$\angle CAB + \angle CBA = 120$

* * *

AC = rad.

CB = rad. eiusd. Circ.

III AC und CB sind Radii eines Circuls.

Alle Radii eines Circuls sind einander gleich.

E. AC und CB sind einander gleich.

$AC = CB$

IV In △ ACB sind AC und CB einander gleich.

Triangel, in welchen 2. Seiten einander gleich sind, sind gleichschenklicht.

E. △ ACB ist gleichschenklicht.

△ ACB = △ aequicruro.

V Der

V Der $\triangle$ ACB ist gleichschenklicht.

In einem gleichschenkelichten $\triangle$ sind die $\angle\angle$ an der Basi einander gleich.

E. in $\triangle$ ACB sind die $\angle\angle$ an der Basi einander gleich.

$\angle CAB = \angle CBA$

* * *

$\angle CAB + CAB = 120$

$\angle CAB = \angle CBA$

VI Der $\angle CAB$ ist $= \angle CBA$

Gleiches kan für gleiches gesezet werden.

E. CAB kan für CBA gesezet werden.

$\angle CAB + \angle CAB = 120$

$2 \angle CAB = 120$

VII Der $\angle 2\,CAB$ und 120. wird durch gleiches dividiret.

Wenn man gleiches durch gleiches dividiret; so kommen gleiche Quoti heraus.

E. Bey $\angle 2\,CAB$ und 120. kommen gleiche Quoti heraus.

$\angle CAB = 60$

$\angle CBA = \angle CAB = 60$

$\angle ACB \quad = \quad 60$

VIII In $\triangle$ ACB sind die 3. Winkel einander gleich.

Triangel, in welchen die 3. Winkel einander gleich sind, sind gleichseitig.

E. $\triangle$ ACB ist gleichseitig.

$\triangle ACB = \triangle$ aequilat.

IX

IX Der △ ACB ist gleichseitig.

Triangel, die gleichseitig sind, haben 3. gleiche Seiten.

E. Der △ ACB hat drey gleiche Seiten.

$$AB = AC = BC$$

Mithin ist die Seite des Sechs-Eckes dem Radio seines Circuls gleich.

I. Zusaz.

117. Also darf man nur den Radium sechsmal in dem Circul herum tragen, wenn man in demselben ein Sechs-Ecke beschreiben soll. *Tab. IV. fig. 50. n. 2.*

II. Zusaz.

118. Wenn man auf eine gegebene Linie ein Sechs-Ecke machen soll: darf man nur einen gleichseitigen Triangel auf dieselbe sezen; so ist die Spize C der Mittel-Punct des Circuls, darein es kommen soll. *Tab. IV. fig. 50. n 3.*

Die XXIX. Aufgabe.

119. Aus allen Seiten der Figur und drey Diagonalen weniger, als Seiten sind, eine iede Figur zu zeichnen. *Tab. IV. fig 51. n 1. 2.*

Auflösung.

Weil eine iede Figur durch Diagonal-Linien in zwey Triangel weniger, als Seiten

ten sind, zertheilet wird: so hat man nichts nöthig, als immer einen Triangel auf den andern zu sezen.

Warum aber zwey Triangel weniger als Seiten heraus kommen, ist die Ursache diese: weil in der Mitte nur eine, an beeden Enden aber zwey Linien der Figur zu den △△ genommen werden.

Die XXX. Aufgabe.

120. Aus allen Seiten der Figur und drey Winkeln weniger als Seiten sind eine iede Figur zu zeichnen.

Auflösung.

Tab. IV. fig. 52. n. 1, 2. Man sezt die Winkel an ihr gehöriges Ort und nimmt das Maas der Seiten: so wird sich die ganze Figur determiniren. Warum aber drey Winkel weniger seyn dörfen als Seiten, ist die Ursache: weil die beeden leztern Linien mit ihrem Durchschnitt die 3. Winkel determiniren. §. 53.

Anmerkung.

Tab. IV. fig. 53. n. 1. 2. 121. Wenn alle Winkel weniger einen gegeben werden, so dörfen zwo Seiten nicht gegeben werden. Denn die beeden leztern Winkel ohn ein determiniren mir nicht nur die beeden lezten Seiten, sondern auch den allerlezten Winkel. §. 52.

Die XXXI. Aufgabe.

122. Ein Quadrat zu messen.

Auflösung.

Man misst die Seite des Quadrats und multipliciret sie durch sich selbst; so kommet der Inhalt der Fläche heraus. Z.E. Tab. IV. fig. 54. n. 1.

6′ Seite des Quadrats
6

36 Inhalt des Quadrats.

Beweis.

Wenn man eine Fläche ausmessen will, mus man auch eine Fläche zum Maas-Stabe annehmen. Da nun das Quadrat lauter rechte Winkel und gleiche Seiten hat, ist selbiges zum Maas-Stabe anzunehmen beliebet worden. Und demnach heiset eine Quadrat-Ruthe ein Quadrat, welches eine Ruthe lang und eine Ruthe breit ist, ein Quadrat-Schuh ein Quadrat, so einen Schuh lang und einen Schuh breit ist u. s. w. Wenn nun die Seite AB Z. E. in 6. gleiche Theile eingetheilet ist oder 6. Schuhe hält: so ist es klar, daß man finden kan, wie viel schuhige Quadrate oder Quadrat-Schuhe in dem grossen Quadrate ABCD enthalten sind; wenn man die Seite AB mit sich selbst mul-

tipliciret. Denn in grossem Quadrate müssen so viel Reihen der kleinern seyn und in ieder Reihe so viel kleine Quadrate, als die Seite AB Theile hat.

Der I. Zusaz.

123. Wenn die Seite des Quadrats 10. ist, so wird der Inhalt desselben 100. seyn. Da nun eine Ruthe im Längen-Maase 10. Schuhe hat, ein Schuh 10. Zoll u. s. w: so mus im Flächen-Maase eine Quadrat-Ruthe 100. Schuhe, ein Quadrat-Schuh 100. Quadrat-Zolle u. s. w. haben.

II. Zusaz.

124. Daher kan man eine gegebene Zahl gar leicht in Quadrat-Zolle, Quadrat-Schuhe, Quadrat-Ruthen resolviren; wenn man nur von der Rechten gegen die Linke 2 Zahlen für die Zolle, 2 für die Schuhe abschneidet: denn das übrige bleibet für die Ruthen. Z. E. wenn man 54756 Zolle hat, so sind es 5 Ruthen 47 Schuhe 56 Zolle oder mit Zeichen 5°, 47′, 56″.

Die XXXII. Aufgabe.

Tab. IV. fig. 54. n. 2. 125. Ein Rectangulum ABCD auszumessen.

Auflö-

Auflösung.

Man misst die Breite AB und die Höhe AC. Denn multipliciret man iene durch diese: so kommet der verlangte Inhalt der Figur heraus. Z. E. es sey

AB = 12
AC = 3

---

36 Quadrat-Schuhe ist der Inhalt der Fläche.

Der Beweis ist wie in der vorhergehenden Aufgabe.

Der XVIIII. Lehrsaz.

126. Zwey Parallelogramma, die eine Basin oder Grund-Linie und eine Höhe haben, sind einander gleich. *Tab. IV. fig. 55. n. 1.*

Hiebey ist zu merken, daß die Höhe nach einer Perpendicular-Linie, die von dem obersten Punct auf die Basin herunter fällt, gemessen wird Z. E. FH.

ABCD habet bas. CD
ABCD habet alt. AC = FH
EFCD habet bas. CD
EFCD habet alt. FH

ABCD = EFCD

Demonstratio

AB = EF ex constr.

$$BE = BE$$

$$AB + BE = EF + BE$$
$$AE = BF$$

* * *

$$AE = BF$$
$$AC = BD$$
$$CE = FD$$

§. 53

$$\triangle AEC = \triangle BFD$$
$$-\triangle BEG = -\triangle BEG$$

$$\triangle AEC - \triangle BEG = \triangle BFD - \triangle BEG$$
$$ABGC = EFGD$$
$$+\triangle GCD = +\triangle GCD$$

$$ABGC + GCD = EFGD + GCD$$
$$ABCD = EFCD. \quad Q.E.D.$$

Per Syllogismos

$$AB = EF$$
$$BE = BE$$

I Zu AB = EF wird gleiches BE addiret

Wenn man gleiches zu gleichen addiret: so kommen gleiche Summen heraus

E. Bey AB = EF kommen gleiche Summen heraus

$$AB + BE = EF + BE$$

AE = BF.

* * *

AE = BF
AC = BD
CE = FD

II In △ AEC und △ BFD sind 3 Seiten einander gleich

Triangel, in welchen 3 Seiten einander gleich sind, sind einander selber gleich

△ AEC = △ BFD
△ BEG = △ BEG

III Von △ AEC = △ BFD wird gleiches △ BEG subtrahirt

Wenn man gleiches von gleichen subtrahiret: bleibt gleiches übrig

E. bey △ AEC = △ BFD bleibt gleiches übrig

△ AEC - △ BEG = △ BFD - △ BEG
ABGC = EFGD

* * *

ABGC = EFGD
GCD = GCD

IV Zu ABGC = EFGD wird gleiches GCD addiret

Wenn man gleiches zu gleichen addirt: so kommen gleiche Summen heraus

E. Bey ABGC = EFGD kommen gleiche Summen heraus

ABGC + GCD = EFGD + GCD

 ABCD

ABCD = EFCD

So sind die Parallelogramma, die eine Basin und eine Höhe haben, einander gleich.

Der I. Zusatz.

Tab. IV. fig. 55. n. 2. 127. Also müssen auch die Triangel, so gleiche Grund-Linien und Höhen haben, einander gleich seyn. Denn

$$\triangle ACD + \triangle ABD = ABCD$$
$$\triangle ACD = \triangle ABD \text{ §. 111.}$$
$$\triangle ACD + \triangle ACD = ABCD$$
$$2 \triangle ACD = ABCD$$

* * *

$$\triangle CED + \triangle DEF = CDEF$$
$$\triangle CED = \triangle DEF \text{ §. 111}$$
$$\triangle CED + \triangle CED = CDEF$$
$$2 \triangle CED = CDEF$$

ob
eandem basin et altitudinem

$$ABCD = EFCD$$
$$2 \triangle ACD = 2 \triangle CED$$
$$\triangle ACD = \triangle CED$$

Atque hinc etiam $\triangle ABD = \triangle DEF$

Q. E. D.

So

So auch *Tab. IV. fig. 55. n. 3.*

$$ABCD = AEFD$$

$$\triangle ABD = \triangle AED$$

II. Zusaz.

128. Ein Triangel ist die Helfte des Parallelogrammi, welches mit ihm eine Grund-Linie hat und zwischen einerley Parallel-Linien stehet. *Tab. IV. fig. 55. n. 4.*

$$ADCB = \triangle ADC + \triangle ACB$$
$$\triangle ADC = \triangle ACB \text{ §. 111}$$

$$ADCB = 2 \triangle ACB$$
$$ADCB = AFEB \text{ §. 111}$$

$$AFEB = 2 \triangle ACB$$

$$\tfrac{1}{2} AFEB = \triangle ACB$$

Die XXXIII. Aufgabe.

129. Den Inhalt eines Rhombi auszurechnen.

Auflösung.

Man nimmt die eine Seite AD für die Grund-Linie an und lässet darauf aus B ein Perpendicul BE fallen. Man multipliciret die Grund-Linie durch die Höhe; so kommet der verlangte Inhalt heraus. Z. E. *Tab. IV. fig. 56. n. 1.*

AD = 82″
BE = 70″

57, 40″ Inhalt

Denn

ABCD habet basin AD
ABCD habet altit. BE

* * *

BEFC habet basin EF = AD
BEFC habet alt. BE = CF

ABCD = BEFC §. 126
BEFC = rectangulo

ABCD = rectangulo
alt. cum bas. mult. = area rectang. §. 125.

Area ABCD = alt. cum basi multipl.
Gleiche Bewandnis hat es auch mit dem Rhomboide.

Die XXXIV. Aufgabe.

Tab. IV. fig. 56. n. 2. 130. Den Inhalt eines ieden Triangels zu finden.

Auflösung.

Man nimmt die Seite AC für die Grund-Linie an und lässet darauf aus B die Perpendicular-Linie BD fallen. Man misst die beeden Linien und multipliciret sie durch einander: was heraus kommet, divi-

dividiret man durch 2; so hat man den Inhalt des Triangels. Z. E.

AC = 83''
AE = BD = 69

747
498

2| 57,27 Inhalt AEFC
28,63$\frac{1}{2}$ Inhalt △ ABC.

Denn

AEFC habet basin AC
AEFC habet alt. AE = BD
△ ABC habet bas. AC
△ ABC habet alt. BD

$\frac{1}{2}$ AEFC = △ ABC §. 128.

So darf ich also die Höhe und die Basin bey einem Triangel mit einander multipliciren und denn halbiren: wenn ich den Inhalt eines Triangels haben will. Oder auch weil einerley Product heraus kommt, ich mag das Product oder die erste oder die andere gegebene Zahl halbiren: so darf ich auch hier entweder die Höhe oder Basin oder den Inhalt halbiren Z. E.

$AC = 83''$	$\frac{1}{2} AC = 41''\frac{1}{2}$	$AC = 83''$
$BD = 69$	$BD = 69$	$\frac{1}{2} BD = 34\frac{1}{2}$
747	369	332
498	246	249
2 | 57,27	$34\frac{1}{2}$	$41\frac{1}{2}$
$28,63\frac{1}{2}$	$28,63\frac{1}{2}$	$28,63\frac{1}{2}$

Anmerkung.

Tab. IV. fig. 57. n. 1. 131. Es ist zu merken, daß ich in einem Triangel alle drey Linien zur Basi annehmen kan und mithin auch dreyerley Höhen. Weswegen sich auch ein Triangel zu dreyen unterschiedenen malen berechnen lässet. Z. E.

$AB = 150''$	$AC = 180''$	$BC = 130''$
$CD = 128$	$BE = 107$	$AF = 148$
1200	1260	1040
300	1800	520
150	2 | 19260	130
2 | 19200	96,30	2 | 19240
96,00		96,20

Die XXXV. Aufgabe.

132. Den Inhalt einer ieden geradelinichten Figur zu finden.

Auflö-

Auflösung.

Weil eine iede Figur sich durch die Diagonal-Linien in so viele Triangel zertheilen lässet, als Seiten sind weniger zwey; so darf man nur nach der vorhergehenden Aufgabe ieden Triangel besonders ausrechnen und sie hernach in eine Summe addiren. Man kan auch einigen Vortheil gebrauchen; wenn man eine Diagonal-Linie zur Basi zweyer Triangel annimmt. Z. E. *Tab. IV. fig. 57. n. 2.*

AD = bas. 130″	AD bas = 130″	BE = bas. 136″
CG = alt. 89	BH alt. = 104	DI = alt. 78
1170	520	1088
1040	1300	952
2 | 11570	2 | 13520	2 | 10608
57,85 area △ ACD	67,60 area △ ABD	53,04 area △ BDE

BE = bas. 136″	△ ACD = 5785″
FL = alt. 54	△ ABD = 6760
	△ BDE = 5304
544	△ BEF = 3672
680	
2 | 7344	fig. tota = 2,15,21
36,72 area △ BEF	

Oder

Oder man kan zwey Triangel, die eine Basin haben, auf einmal finden, wenn man die Summe der beeden Höhen mit der Basi multipliciret und das Product halbiret. Z. E.

AD=130''		BE =136	
GC+BH=193		DI+FL=132	
	390		272
	1170		408
	130		136
2	25090	2	17952
	1,25,45, ACDB		89,76 BDEF

ACDB=12545
BDEF= 8976

fig. tot.=21521

Der I. Zusaz.

Tab. V. fig. 58. n. 1. 133. Ein reguläres Viel-Ecke kan aus dem Mittel-Puncte des Circuls, darein es sich beschreiben lässet, in so viel gleiche Triangel, als Seiten sind, eingetheilet werden. Denn die Grund-Linien dieser Triangel sind einander gleich und die Schenkel derselben gleichfalls. Derowegen sind auch die Triangel selbst einander gleich. Wenn man nun den Inhalt eines von diesen Triangeln findet und denselben durch die Zahl der Seiten multipliciret,

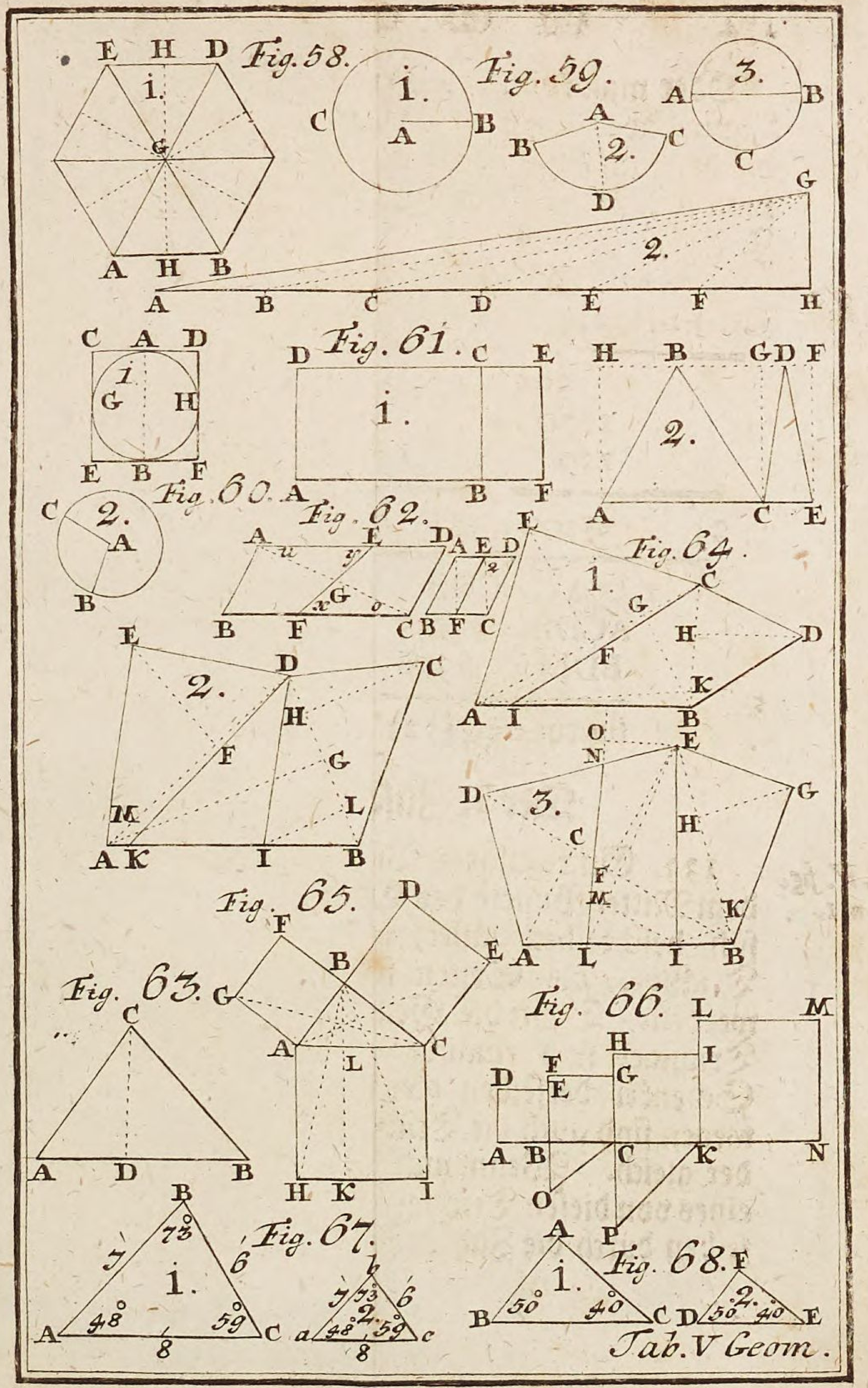


Fig. 58.
Fig. 59.
Fig. 60.
Fig. 61.
Fig. 62.
Fig. 63.
Fig. 64.
Fig. 65.
Fig. 66.
Fig. 67.
Fig. 68.
Tab. V Geom.

ciret, so kommt der Inhalt des Viel-Eckes heraus. Z. E.

$$\begin{array}{r} AB = 5 \\ GH = 4 \\ \hline 2 \mid 20 \\ \hline 10 \ \triangle AGB \\ 6 \text{ Inhalt der Seiten} \\ \hline 60 \text{ fig. tot.} \end{array}$$

Der II. Zusaz.

134. Dahero ist ein reguläres Viel-Ecke einem Triangel gleich, dessen Grund-Linie so gros ist wie die Perimeter des ganzen Viel-Eckes, die Höhe aber so gros, als die Höhe eines von den Triangeln, in welche es aus dem Mittel-Puncte zertheilet worden. Denn die 6 △△ ABG, BCG u. s. f. stehen auf einer Basi und Höhe und also sind sie einander gleich. Drum ist es eins, ob ich die 6 △△ zusammen addire, oder einen Triangel sechs mal nehme oder die ganze Basin AH mit der halben Höhe GH multiplicire z. E. *Tab. V. fig. 58. n. 2.*

$$\begin{array}{r} AB = 5 \\ GH = 4 \\ \hline 2 \mid 20 \\ \hline 10 \ \triangle ABG \\ 6 \\ \hline 60 \ \triangle AHG \end{array} \qquad \begin{array}{r} AH = 30 \\ GH = 4 \\ \hline 2 \mid 120 \\ \hline 60 \ \triangle AHG. \end{array}$$

Der III. Zusaz.

Tab. V. fig. 59. n. 1. 135. Nimmt man die Seiten eines regulären Viel-Eckes unendlich klein an, so werden sie der Peripherie eines Circuls zimlich nahe kommen. Und alsdenn wird fast die Höhe des Triangels mit dem Radio übereinkommen. Derowegen ist der Circul fast einem Triangel gleich; dessen Grund-Linie so gros ist, als die Peripherie des Circuls, die Höhe aber dem Radio desselben gleichet. So ist

$$CB = \text{periph.}$$
$$\text{Rad. } AB = \text{alt.}$$

$$CB . AB = \text{periph. cum alt. s. rad.}$$

$$\tfrac{1}{2} CB . AB = \tfrac{1}{2} \text{periph. cum alt. s. rad} = \text{area circ}$$

seu

$$CB . \tfrac{1}{2} AB = \text{periph. cum } \tfrac{1}{2} \text{ alt. s. rad.}$$
$$= \text{area circ.}$$

Der IV. Zusaz.

Tab. V. fig. 59. n. 2. 136. Der Ausschnitt eines Circuls ist also einem Triangel gleich, dessen Grund-Linie so gros als der Bogen BC, die Höhe aber so gros, als der Radius ist. Und also

$$BC = \text{periph.}$$
$$\text{Rad. } AD = AB = AC = \text{alt.}$$

$$BC . \text{Rad. } AB = \text{periph. cum alt.}$$

$$\tfrac{1}{2} BC . AB = \tfrac{1}{2} \text{ periph. cum alt.} = \text{area segm.}$$

Vel

Vel

$$BC. \tfrac{1}{2} AB = \text{periph. cum} \tfrac{1}{2} \text{alt.} = \text{area segm.}$$

Der V. Zusaz.

137. Wenn also die Peripherie und der Diameter eines Circuls gegeben werden: so kan man den Inhalt finden; wenn iene durch den vierdten Theil von diesem multipliciret wird. Denn nach dem III Zusaze ist Tab. V fig. 59. n. 3.

$$\text{periph.} \tfrac{1}{2} \text{rad.} = \text{area circ.}$$
$$\tfrac{1}{2} \text{rad.} = \tfrac{1}{4} \text{diam.}$$
$$\text{periph.} \tfrac{1}{4} \text{diam.} = \text{area circ.}$$

Anmerkung.

138. Man hat sich viele Mühe gegeben, die wahre Verhältnis des Diametri zu seiner Peripherie zu finden: doch es ist noch keinem gelungen. Unterdessen sind einige Verhältnisse da, die bey nahe zu treffen: worunter wir diese nur anführen, die wir bey der Geometrie gebrauchen; nemlich der Diameter verhalte sich zu seiner Peripherie, wie 100. zu 314. Oder Z. E.

$$100 : 314 = \text{diam} : \text{periph.}$$

$$100 - 314 -- 20' \qquad 628 = \text{periph.}$$
$$20 \qquad\qquad 50 = \tfrac{1}{4} \text{diam.}$$

$$|6280' \qquad 31400'' \text{ area circ.}$$

$$628'' \text{ periph.}$$

Der XX Lehrsaz.

Tab. V. fig. 60, n. 1. 139. Der Inhalt eines Circuls verhält sich zum Quadrate seines Diametri, wie bey nahe 785 zu 1000.

sit □ diametr.
et area circuli

area circ : □ diam = 785 : 1000

Demonstratio.

AB = diam. = 100
AGBH = periph. = 314 §. 138.

AB. AGBH = 31400
§. 137

¼ AB. AGBH = 7850 = area circ. AGBH

* * *

AB = 100
AB = 100

□ AB = 10000 = CDEF

* * *

Area circ. AGBH: 7850 = □ AB : 10000 §. 53 arith.

Area circ. AGBH: □ AB = 7850 : 10000 §. 83 arith.

Area circ. AGBH : □ AB = 785 : 1000 §. 59. arith. I.

Area

Area circ. AGBH ∽ Ar. circ. §. 33.
□ diam. AB ∽ □ diam.

Area Circ. AGBH : Area Circ. = □ diam. AB : □ diam.
§. 53. arithm.

Area circ. AGBH : □ diam. AB = Ar. Circ : □ diam.
Area circ. AGBH : □ diam. AB = 785 : 1000 ui I.

Area circ : □ diam. = 785 : 1000 §. 33. arithm.

Per Syllogismos

AB = diam. = 100
AGBH = periph. = 314

I Den Diam. AB nehm ich 100 und die Peripherie 314 an.
Wenn ich den Diameter 100 und die Peripherie 314 annehme, so ist der Inhalt des Circuls 7850.
E. Bey AB und AGBH ist der Inhalt des Circuls 7850.
Area Circ. AGBH = 7850

* * *

AB = 100
AB = 100

II Der Diameter AB hat 100.
Wenn der Diameter 100 hat: so hat das Quadrat desselben 10000.
E. Das Quadrat AB hat 10000.
□ AB = 10000

* **

Area Circ. A G B H = 7850
□ AB = 10000

III Bey Area Circ. A G B H und □ AB sind gleiche Verhältnisse.

Wo gleiche Verhältnisse sind; da ist auch eine Proportion.

E. Bey Area Circ. A G B H und □ AB ist eine Proportion.

Area Circ. A G B H : 7850 = AB : 10000

IV Bey Area Circ. A G B H und □ AB ist eine Proportion.

In einer Proportion verhält sich auch das erste Glied zum dritten, wie das andre zum vierten.

E. Bey Area Circ. A G B H und □ A B verhält sich das erste Glied zum dritten, wie das andre zum vierten.

Area Circ. AGBH: □ AB = 7850: 10000

V Bey Area Circ. A G B H: □ A B = 7850 : 10000 wird 7850: 10000 durch eine dritte Zahl nemlich 10 dividiret.

Wenn man 2 Zahlen durch eine dritte dividiret; so verhalten sich die Quotienten, wie die dividirten Zahlen.

E. Bey Ar. Circ. A G B H: □ A B = 7850: 10000 verhalten sich die Quotienten wie die dividirten Zahlen.

Area

Area Circ. AGBH : □ AB = 785 : 1000

* * *

Area Circ. AGBH ∽ Areae Circ.
□ AB ∽ □ diametr.

VI Bey Area Circ. AGBH und □ AB sind 2 ähnliche Verhältnisse.

Zwo ähnliche Verhältnisse machen eine Proportion.

E. Bey Area Circ. AGBH und □ AB machen die 2 ähnliche Verhältnisse eine Proportion.

Area Circ. AGBH: Area Circ. = □ AB : □ diam.

VII Bey Area Circ. AGBH : Area Circ. = □ AB : □ diam. ist eine Proportion.

In einer Proportion verhält sich auch das erste Glied zum dritten, wie das andre zum vierten.

E. Bey Area Circ. AGBH: Area Circ. = □ AB : □ diametr. verhält sich das erste Glied zum dritten, wie das andre zum vierten.

Area Circ. AGBH : □ AB = Area Circ : □ diametr.

Area Circ. AGBH : □ AB = 785 : 1000

VIII Die zwo Verhältnisse Area Circ : □ diametr. und 785 : 1000 sind der dritten Area Circ. AGBH : □ AB gleich.

Wenn 2 Verhältnisse einer dritten gleich sind, so sind sie einander selber gleich.

E. Die Verhältnisse Area Circ: □ diametr. und 785 : 1000 sind einander selber gleich.

Area Circ: □ diametr = 785 : 1000

Der XXI. Lehrsaz.

Tab. V. fig. 60. n. 1. 140. Die Flächen der Circul verhalten sich gegen einander, wie die Quadrate ihrer Diametrorum.

sint area circ.
sint □ □ diametr.

---

area circ: ad aream circ. = □ diam : □ diam.

Demonstratio.

area circ: ad □ diam. = 785 : 1000 §. 139.
area circ: ad □ diam. = 785 : 1000

---

area circ: ad □ diam. = area circ: ad □ diam. §. 33. arithm.

---

area circ: ad aream circ. = □ diam : □ diam. §. 83. arithm.

Per Syllogismos

Sint areae Circ.
Sint □ □ diametr.

I Die Flächen der Circul haben zu den □ □ der Diametr. einerley Verhältnis.

Die Flächen der Circul, die zu den □ □ der Diametr. einerley Verhältnis haben, verhalten sich zu den □ □ ihrer Diametrorum wie 785 zu 1000.

E. Die Flächen der Circul verhalten sich zu dem □ □ ihrer Diametrorum wie 785 zu 1000.

Area Circ. □ diametr. = 785 : 1000

Area Circ: □ diametr. = 785 : 1000

II Zwo Verhältnisse Area Circ: □ diam. und Area Circ: □ diam. sind einer dritten nemlich 785 : 1000 gleich.

Wenn 2 Verhältnisse einer dritten gleich sind, so sind sie einander selber gleich.

E. Die zwo Verhältnisse Area Circ: □ diam. und Area Circ: □ diam. sind einander selber gleich.

Area Circ: □ diam. = Area Circ: □ diam.

III Bey Area Circ: □ diam. = Area Circ: □ diam. ist eine Proportion.

Wo eine Proportion ist; da verhält sich auch das erste Glied zum dritten, wie das andre zum vierten.

E Bey Area Circ: □ diametr. = Area Circ: □ diametr. verhält sich auch

das erste zum dritten wie das andere zum vierten.

Area Circ: area Circ. = □ diam: □ diam.

So verhalten sich die Flächen der Circul gegen einander, wie die Quadrate ihrer Diametrorum.

Die XXXVI. Aufgabe.

141. Es wird gegeben der Diameter des Circuls, man soll die Peripherie finden.

Auflösung.

Man suchet zu 100, 314 und dem gegebenen Diametro die vierte Proportional-Zahl §. 85. Arithm.

Und diese ist die verlangte Peripherie.

Z. E.

Der Diameter ist = 56'

100 : 314 = 56' : 17584''' Peripherie

56

1884

1570

17584

17584 (175'

1100 (

10

---

840 (8''
100

10

---

400 (4'''
100

Die XXXVII. Aufgabe.

142. Es wird gegeben die Peripherie des Circuls, man soll den Diametrum finden.

Auflösung.

Man sucht zu 314, 100 und der gegebenen Peripherie die vierte Proportional-Zahl; so kommet der verlangte Diameter heraus. Z. E.

Die Peripherie = 17584'''

314 : 100 = 17584'''

100

---

18   1758400

202

1758400 (5600''' = Diamet.

314444

3111

33

Die XXXVIII. Aufgabe.

143. Es wird gegeben der Diameter des Circuls, man soll den Inhalt dessen finden.

Auflösung.

Man suchet zu erst die Peripherie und multipliciret alsdenn dieselbe mit dem 4ten Theil des Diametri §. 137. Z. E.

Der Diameter = 5600'''

100 : 314 = 5600''' :

```
         5600
    ---------
       188400
      1570
    ---------
      17584(00 = Peripherie
        1400   = 1/4 diam.
    ---------
      7033600
     17584
    ---------
  24,61,76,00 Inhalt des Circuls.
```

Oder wenn die Peripherie gegeben wird, so suche man zu erst den Diametrum; multiplicire alsdenn die Peripherie mit dem 4ten Theil des Diametri. Z. E.

Die Peripherie = 17584'''

314 : 100 = 17584 :

```
              100
    -------------
          1758400
```

18
202
1758400 (5600''' = Diam.
314444
3111
33

17584 = Peripherie
1400 = $\frac{1}{4}$ Diameter

7033600
17584

24,61,76,00 Inhalt des Circuls

Oder anderst

Wenn der Diameter gegeben, so multipliciret man den Diametrum durch sich selbst und suchet zu 1000, 785 und dem gefundenen Quadrate des Diametri die vierte Proportional-Zahl §. 139: so hat man den verlangten Inhalt des Circuls Z. E.

Der Diameter = 56'
56

336
280

3136 □ Diametri

1000 : 785 = 3136
785

15680

25088

25088
21952

2461760 (2461'
1111000 (

100

76000 (76''
11000 (

24,61,76'' Inhalt des Circ.

Oder wenn die Peripherie gegeben wird, so suche man zu erst den Diametrum und verfahret nach der iezt gemeldeten Weise.

Die XXXIX. Aufgabe.

144. Es wird gegeben der Inhalt des Circuls, man soll den Diametrum finden.

Auflösung.

Man suchet zu 785, 1000 und dem gegebenen Inhalt des Circuls die vierte Proportional-Zahl §. 139 und ziehet die Quadrat-Wurzel heraus. Diese ist der verlangte Diameter. Z. E.

Inhalt des Circuls = 246 176'':

785 : 1000 = 246 176'':

1000

---

246 176000

---

31 | 36 | 00'' □ diam. (560'' diam.

25 |

— | — |

6 | 36 |

(1 0) |

6 0 |

36 |

— | —

0 | 00

(11 | 2)

Zusaz.

145. Wenn man aus dem gegebenen Inhalt die Peripherie zu wissen verlanget, so kan man zuerst den Diameter suchen und alsdenn die Peripherie finden. Z. E.

Der Diameter ist aus dem gegebenen Inhalt nach der 39. Aufgabe gefunden worden 5600'''; so finde ich die Peripherie

100 : 314 = 5600''' diam.

5600

188400

1570

17584''' | 00 = Peripherie.

Die

Die XXXX. Aufgabe.

Tab. V. fig. 60, n. 2.

146. Es wird gegeben der Radius des Circuls und die Grösse des Bogens; man soll den Inhalt des Ausschnittes oder Sectoris finden.

Auflösung.

Man suchet zu 100, 314. und dem Diameter die vierte Proportional-Zahl, und bekommt durch dieselbe die Peripherie oder wenn ich statt des Diametri den Radium nehme, die halbe Peripherie §. 59. Arithm. Man suchet ferner zu 360°, dem gegebnen Bogen und der gefundenen Peripherie oder auch zu 180°, dem gegebnen Bogen und der gefundenen halben Peripherie die vierte Proportional-Zahl; so ist der Bogen in Linien bekand. Diese multipliciret man durch den vierten Theil des Diametri, so kommt der Inhalt des Ausschnittes heraus. Z. E.

100 — 314 — 6 = rad. AC
6
1884 |
1100 | 18′
10 |
840 | 8″
100 |
10 |
400 | 4‴ halbe Peripherie.
100 |

180°

$180^{\circ} : 60^{\circ} = 1884'''$

60

| 113040

628

300 = $\frac{1}{2}$ rad.

188400 area sectoris ACB.

XXII Lehrsatz.

147. Wenn zwey Parallelogramma einerley Höhe haben, verhalten sie sich gegen einander wie ihre Grund-Linien: hingegen aber, wenn ihre Grund-Linien einander gleich sind, verhalten sie sich wie ihre Höhen. *Tab. V. fig. 61. n. 1.*

Sit parallelogr. ABCD

Sit parallelogr. BCEF eiusd. alt.

Parall. ABCD : Parall. BCEF = bas. I : bas. II

Demonstratio.

Alt. ADBC = AD = BC

Alt. CBEF = BC = EF = AD

* * *

Bas. ADCB = DC = AB

Bas. CBFE = BF = CE

* * *

Area ADBC = bas. AB cum Alt. AD.

§. 125 et 129

Area

Area BCEF = baſ. BF cum Alt. EF

Area ADBC: baſ. AB cum alt. AD = Area BCEF: baſ. BF cum alt. EF.

Area ADBC: Ar. BCEF = baſ. AB cum alt. AD: baſ. BF cum alt. EF

AD = EF

Area ADBC: Ar. BCEF = baſ. AB: baſ. BF.

Areae parallelogrammorum eiusd. alt. ſunt ut baſes.

Per Syllogismos

Parall. ABCD baſ. = AB
alt. = AD

I Des Parall. ABCD Baſ. iſt AB und die Höhe AD.

Der Inhalt eines Parallelogrammi kommt heraus, wenn ich die Baſin mit der Höhe multiplicire.

E. Des Parall. ABCD Inhalt kommt heraus, wenn ich die Baſin AB mit der Höhe AD multiplicire.

Area ABCD = AB. AD

* * *

Parall. CEBF baſ. = BF
alt. = EF = AD

II Des Parall. CEBF Baſ. iſt BF und die Höhe EF.

Der

Der Inhalt eines Parallelogrammi kommt heraus, wenn ich die Basin mit der Höhe multiplicire.

E. Des Parall. CEBF Inhalt kommt heraus, wenn ich die Basin BF mit der Höhe EF multiplicire.

Area CEBF = BF. EF

Area ABCD = AB. AD

III Bey ABCD und CEBF sind gleiche Verhältnisse.

Wo gleiche Verhältnisse sind, da ist auch eine Proportion.

E. Bey ABCD und CEBF ist eine Proportion.

ABCD : CEBF = AB. AD : BF. EF

*

* *

ABCD : BCEF = AB. AD : BF. EF

AD = EF

IV AB. AD und BF. EF werden durch eine dritte Zahl dividirt.

Wenn man 2. Zahlen durch eine dritte Zahl dividirt, so verhalten sich die Quotienten wie die dividirten Zahlen.

E. Bey AB. AD und BF. EF verhalten sich die Quotienten wie die dividirten Zahlen.

ABCD : BCEF = AB : BF

Die Parallelogramma von einerley Höhe verhalten sich wie ihre Bases.

Anmerkung.

148. Gleiche Bewandnis hat es auch, wenn ich statt der Höhe einerley Basin annehme. Denn alsdenn verhalten sich die Parallelogramma wie ihre Höhen. Gegenwärtige Figur darf ich nur umwenden und sagen: AB und BF sind die Höhen, AD und EF sind die Bases; so ist der gegenwärtige Fall angebracht und bleibt alles, wie vorhin.

Zusaz.

Tab. V. fig. 61. n. 2. 149. Weil ieder Triangel als die Helfte eines Parallelogrammi betrachtet werden kan, §. 128: so müssen auch die Triangel von gleicher Höhe sich wie ihre Grund-Linien und die auf gleichen Grund-Linien wie ihre Höhen verhalten. Denn

$$AHGC : GCFE = AC : CE$$

$$\tfrac{1}{2}AHGC : \tfrac{1}{2}GCFE = AC : CE$$
$$\tfrac{1}{2}AHGC = \triangle ABC$$
$$\tfrac{1}{2}GCFE = \triangle CDE$$

$$\triangle ABC : \triangle CDE = AC : CE$$

Oder

Wenn die Grund-Linien einander gleich sind, so verhalten sie sich wie ihre Höhen.

Die

Die XLI. Aufgabe.

150. Ein Parallelogrammum aus einem gegebnen Puncte in zwey gleiche Theile zu theilen. *Tab. V. fig. 62. n. 1.*

Auflösung.

Man nimmt die Weite von dem gegebnen Puncte bis an das Ende derselben Linie und trägt sie auf die gegenüber stehende Linie so, daß ich hier die Weite, die ich oben rechter Hand genommen, auf die linke Hand trage und so umgewandt.

Sit Parallelogrammum ABCD
Fiat ED = BF
Vel
Fiat AE = FC

AEBF = EDFC

Demonstratio.

AC = diagon. parallelogr.

△ABC = et ∽ ADC §. 111. I.
∠o = ∠u II.

* * *

AD et BC = parall.
∠x = ∠y §. 73. III.

* * *

AD = BC ex def. parallelogr.
— ED = — BF ex constr.

AE = FC

$\angle u = \angle o$ *ui II.*
$\angle u = \angle x$ *ui III.*

$\triangle AEG = \triangle FGC$ §. 52.

* * *

$\triangle ABC = \triangle ADC$ *ui I.*
$\triangle FGC = \triangle AEG$

$\triangle ABC - \triangle FGC = \triangle ADC - \triangle AEG$
$ABGF = EDGC$
$\triangle AEG = \triangle FGC$

$ABGF + \triangle AEG = EDGC + \triangle FGC$
$AEBF = EDFC$

Per Syllogismos.

AC = diag.

I ABCD ist durch eine Diagonal-Linie getheilet.

Wenn ein Parallelogrammum durch eine Diagonal-Linie getheilet wird, so sind die beeden Triangel einander gleich und ähnlich.

E. Sind in ABCD die beeden Triangel einander gleich und ähnlich.

$\triangle ABC =$ et $\backsim \triangle ADC$

II $\triangle\triangle$ ABC und ADC sind einander gleich und ähnlich.

Figuren, die einander gleich und ähnlich sind, haben auch gleiche nehmliche Seiten und Winkel.

$\triangle\triangle$ ABC und ADC haben auch gleiche nehmliche Seiten und Winkel.

$\angle o = \angle u$

*
* *

x et $y = \angle\angle$ altern.

III x und y sind Wechsels-Winkel.

Die Wechsels-Winkel sind einander gleich.

E. x und y sind einander gleich.

$x = y$

*
* *

AD = BC ex def. parallelogr.

ED = BF ex constr.

IV Von AD und BC wird gleiches subtrahirt.

Wenn man gleiches von gleichem subtrahirt, bleibt gleiches übrig.

E. Von AD und AC bleibt gleiches übrig.

AE = FC

*
* *

AE = FC

$\angle u = \angle o$ *ui syll. II.*

$\angle y = \angle x$ *ui syll. III.*

V In $\triangle\triangle$ AGE und FGC sind 2. Winkel und 1. Seiten, worauf die Winkel stehen, einander gleich.

Wenn in $\triangle\triangle$ 2. Winkel und 1. Seiten, worauf die Winkel stehen, einander gleich sind: so sind sie einander selber gleich.

$\triangle AGE = \triangle FGC$

* * *

$\triangle ABC = \triangle ADC$
$-\triangle FGC = -\triangle AEG$

VI Von △ABC und △ADC wird gleiches subtrahirt.

Wenn man gleiches vom gleichen subtrahirt, bleibt gleiches übrig.

Von △ ABC und △ ADC bleibt gleiches übrig.

$\triangle ABC - FGC = \triangle ADC - AEG$
$ABGF = EDGC$

* * *

$ABGF = EDGC$
$+\triangle AEG = +\triangle FGC$

VII Zu ABGF und EDGC wird gleiches addirt.

Wenn man gleiches zu gleichem addirt, kommen gleiche Summen heraus.

Bey ABGF und EDGC kommen gleiche Summen heraus.

$ABGF + AEG = EDGC + FGC$
$AEBF = EDFC$

So ist ABCD in zwey gleiche Theile getheilet.

Oder

$FE = FE$
$FC = AE$
$ED = BF$
$CD = AB$

$x = y =$ alt. §. 73.
$\angle BFE = \angle FED = \angle\angle$ alt.
$\angle B = \angle D =$ oppos. §. 111.
$\angle A = \angle C = \angle\angle$ oppos.

EDFC = et ∽ AEBF. §. 30.

AEBF und EDFC sind Figuren, deren nehmliche Seiten und Winkel einander gleich sind.

Figuren, deren nehmliche Seiten und Winkel einander gleich sind, sind einander gleich und ähnlich.

E. AEBF und EDFC sind einander gleich und ähnlich.

Oder

Man ziehe aus A in F und aus E in C eine Linie.

So ist

$AB = CD$
$BF = ED$
$\angle B = \angle D = \angle\angle$ oppos.

$\triangle ABF =$ et ∽ $\triangle EDC$
$AF = EC$

AF = FC
AE = FC
EF = EF

△ AFE = △ FEC
△ ABF = △ EDC

△ AFE + △ ABF = △ FEC + △ EDC
ABFE = FEDC

Per Syllogismos

AB = CD
BF = ED
∠B = ∠D

I In △ △ ABF und EDC sind 2 Seiten und 1 Winkel, den sie einschliessen, einander gleich

Wenn in 2 △ △ 2 Seiten und 1 Winkel, den sie einschliesen, einander gleich sind, so sind sie einander gleich und åhnlich

E. △ △ ABF und EDC sind einander gleich und åhnlich

△ ABF = et ∽ △ EDC

II △ ABF und △ EDC sind einander gleich und åhnlich

Figuren, die einander gleich und åhnlich sind, haben auch gleiche nehmliche Seiten und Winkel

△ ABF und △ EDC haben auch gleiche nehmliche Seiten und Winkel

AF

AF = EC

* * *

AF = EC
AE = FC
EF = EF

III In △△ AFE und FEC sind 3 Seiten einander gleich

Wenn in △△ 3 Seiten einander gleich sind, so sind sie einander gleich

E. △△ AFE und FEC sind einander selber gleich

△ AFE = △ FEC

* *
*

△ AFE = △ FEC
△ ABF = △ EDC

IV Zum △ AFE und △ FEC wird gleiches addirt

Wenn man gleiches zu gleichem addirt, kommen gleiche Summen heraus

Bey △ AFE und △ FEC kommen gleiche Summen heraus

AFE + ABF = FEC + EDC
ABFE = FEDC

Gleichen Beweis kan ich führen, wenn ich von B in E und von F in D eine Diagonal-Linie ziehe.

Die XLII. Aufgabe.

Tab. V. fig. 63. 151. Es wird gegeben der Inhalt eines Triangels und seine Grund-Linie, man soll die Höhe finden.

Auflösung.

Man dividiret den Inhalt des Triangels durch die halbe Grund-Linie; so kommet die Höhe heraus

Z. E. area = 36 (4 = alt. = CD
$\frac{1}{2}$ bas. = $\frac{1}{2}$ AB = 9 (

Die XLIII. Aufgabe.

Tab. V. fig. 64. n. 3. 152. Eine iede geradlinichte Figur in so viele Theile zu theilen, als man begehret.

Auflösung.

Man rechnet den Inhalt der Figur aus und theilet ihn in die begehrten Theile. Den ersten Theil nun zu finden, so fang ich bey dem äussersten Triangel rechts oder links an und ziehe desselben Inhalt von dem ersten Theil ab und bekomme aus dem Rest den Inhalt des noch zufindenden Triangels, der mit dem vorigen Triangel zusammen genommen den ganzen ersten Theil ausmachet. Den verlangten Triangel aber soll ich nach gegenwärtiger Absicht finden, wenn ich die Basin

des

des vorigen Triangels auch zur Basi dieses Triangels mache: ferner soll ich mit dieser halben Basi in den Inhalt dividiren, so bekomm ich die Höhe; mit derselben mache ich aus der Basi Parallel-Linien und bemerke den Punct an der Figur, von welchem ich an dem gegenüberstehenden äusersten Punct die Linie ziehen und den verlangten Triangel machen kan. Ist aber der Triangel grösser, als der erste Theil, so ziehe den ersten Theil von dem Triangel ab und mit dem Rest verfahre wie vorhin. Den andern, dritten u. s. w. bis auf den lezten Theil kan ich nicht auf einmal finden, sondern resolvire ihn in zwey Triangel und also kommt für einen Triangel die Helfte. Demnach halbire ich den andern, dritten u. s. w. Theil und nehme die vorige gefundene Linie zur Basi an und suche wie vorhin die Höhe und denn durch Parallele die verlangte Linie. So verfahre ich auch mit der andern Helfte des andern, dritten u. s. w. The ls. Die beeden Helften machen hernach den andern, dritten u. s. w. Theil aus. Und dieses Verfahren gehet immer fort bis auf den lezten Theil, der sich selbsten gibt.

Die Figur ADEGB soll in 3 gleiche Theile getheilet werden. Z. E.

DB. 23	DB. 23	BE. 16
AC. 9	FE. 11	HG. 8
2 | 207	23	2 | 128
△ADB. $103\frac{1}{2}$	23	△EBG. 64
	2 | 253	
	△DBE. $126\frac{1}{2}$	

Summa △△△	Pars prima
△ADB. $103\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$ Ar. fig. 9800''
△DBE. $126\frac{1}{2}$	△EBG. 6400
△EBG. 64	△EBI. 3400
Area fig. 294	$\frac{1}{2}$ baſ. EB. 80 diuiſ.
$\frac{1}{3}$ Ar. fig. 98'	alt. KI. $42\frac{1}{2}$

Pars ſecunda

2 | $\frac{1}{3}$ Ar. fig = 9800''	$\frac{1}{6}$ Ar. fig. = 4900
$\frac{1}{6}$ Ar. fig. = 4900	$\frac{1}{2}$ EL = 85'' diu.
diuiſ. $\frac{1}{2}$ EI = 77''	alt. EO = $57\frac{11}{17}$
alt. MI = $63\frac{7}{11}$	

Anmerkung.

153. Wenn die Eintheilung auf dem Papiere geschehen, so werden auf dem Felde die Puncte I, L, N, durch die Grösse der Linien BI, IL, NE, leicht gefunden. Ferner merke man, daß Tab. V. fig. 64. n. 1. die

Figur

Figur in zwey gleiche Theile nach erstangeführter Art seye getheilet worden: n. 2. die beeden äusersten Theile zu erst sind gesuchet worden; da denn der dritte sich selbst gegeben.

Der XXIII. Lehrsatz..

154. In einem rechtwinkelichten Triangel ist das Quadrat der grösten Seite den Quadraten der beeden übrigen Seiten gleich. *Tab. V. fig. 65.*

Detur △ Rectangulum ABC

□ AGFB + □ BCDE = □ ACHI

Demonstratio.

Ducatur linea GC

* * *

△ GAC bas. = GA
△ GAC alt. = AB = GF = perp. inter parall.
□ GAFB bas. = AG
□ GAFB alt. = GF = AB

△ GAC = $\frac{1}{2}$ □ GAFB I. §. 128

* * *

Ducatur linea BH
Demittatur ex B linea perpend. in K.

* * *

△ BAH

△ BAH bas. = AH
△ BAH alt. = AL = HK perp. int. par.
▭ ALHK bas. = AH
▭ ALHK alt. = AL = HK

△ BAH = ½ ▭ ALHK II. §. 128.

* * *

∠ GAB = ∠ recto ex constr.
∠ CAH = ∠ recto ex constr.

∠ GAB = ∠ CAH
∠ BAC = ∠ BAC

∠ GAB + ∠ BAC = ∠ CAH + ∠ BAC
∠ GAC = ∠ BAH

* * *

∠ GAC = ∠ BAH
AC = AH
GA = AB

△ GAC = △ BAH §. 51
△ GAC = ½ □ GAFB ui I.

△ BAH = ½ □ GAFB.
△ BAH = ½ ▭ ALK. ui II.

½ □ GAFB = ½ ▭ ALHK

□ GAFB = ▭ ALHK. III.

* * * * * *

△ CEA bas. = CE

△CEA alt. = BC = DE = perp. int. parall.
□CBDE baſ. = CE
□CBDE alt = BC = DE

△CEA = $\frac{1}{2}$ □CBDE. IV.

* * *

△BCI baſ. = CI
△BCI alt. = LC = KI = perp. inter parall.
▭LCIK baſ. = CI
▭LCIK alt. = LC = KI

△BCI = $\frac{1}{2}$ ▭LCIK. V.

* * *

∠ECB = recto ex conſtr.
∠ACI = ∠ recto ex conſtr.

∠ECB = ∠ACI
∠BCA = ∠BCA

∠ECB + ∠BCA = ∠ACI + BCA
∠ECA = ∠BCI

* * *

∠ECA = ∠BCI
CE = BC
AC = CI

△ECA = △BCI
△ECA = $\frac{1}{2}$ □CBDE ui IV.

△BCI = $\frac{1}{2}$ □CBDE

△BCI

$\triangle$ BCI = ½ ▭ LCIK ui V.

½ □ CBDE = ½ ▭ LCIK
½ □ CBDE = ½ ▭ LCIK

□ CBDE = ▭ LCIK
□ GAFB = ▭ ALHK ui III.

□ CBDE + □ GAFB = ▭ LCIK + ▭ ALHK
□ ACHI = ▭ LCIK + ▭ ALHK

□ CBDE + □ GAFB = □ ACHI. Q. E. D.

Per Syllogismos.

$\triangle$ GAC baſ. = GA
$\triangle$ GAC alt. = AB = GF
□ GAFB alt. = GA
□ GAFB alt. = AB = GF

I $\triangle$ GAC hat mit dem Parallelogrammo GAFB einerley Baſin und Höhe
Alle Triangel, die mit einem Parallelogrammo einerley Baſin und Höhe haben, ſind der Helfte des Parallelogrammi gleich
E. $\triangle$ GAC iſt der Helfte des Parallelogrammi GAFB gleich
$\triangle$ GAC = ½ □ GAFB

* * *

$\triangle$ BAH baſ. = AH
$\triangle$ BAH alt. = AL = HK
▭ ALHK baſ. = AH
▭ ALHK alt. = AL = HK

II $\triangle$

II △ BAH hat mit dem Parallelogrammo ALHK einerley Basin und Höhe

Alle Triangel, die mit einem Parallelogrammo einerley Basin und Höhe haben, sind der Helfte des Parallelogrammi gleich

E. △ BAH ist der Helfte des Parallelogrammi ALHK gleich

△ BAH = ½ ▭ ALHK

* * *

∠ GAB = ∠ recto
∠ CAH = ∠ recto

III ∠ GAB und ∠ CAH sind einem dritten gleich

Wenn zwo Sachen einer dritten gleich sind, so sind sie einander selber gleich

E. ∠ GAB und ∠ CAH sind einander selber gleich

∠ GAB = ∠ CAH
+ ∠ BAC = + ∠ BAC

IV Zu ∠ GAB und ∠ CAH wird gleiches addirt

Wenn man gleiches zu gleichem addirt, kommen gleiche Summen heraus

Bey ∠ GAB und ∠ CAH kommen gleiche Summen heraus

E. ∠ GAB + ∠ BAC = ∠ CAH + BAC
∠ GAC = ∠ BAH

* * *

$\angle$ GAC = $\angle$ BAH
AC = AH
GA = AB

V In △△ GAC und BAH sind zwo Seiten und 1 Winkel, den sie einschliesen, einander gleich

Wenn in △△ zwo Seiten und 1 Winkel, den sie einschliesen, einander gleich sind, so sind sie einander selber gleich

E. Die △ △ GAC und BAH sind einander selber gleich

△ GAC = △ BAH
△ GAC = ½ □ GAFB *ui. Syll. I.*

VI △ BAH und ½ □ GAFB sind einem dritten gleich

Wenn zwo Sachen einer dritten gleich sind, sind sie einander selber gleich

E. △ BAH und ½ □ GAFB sind einander selber gleich

△ BAH = ½ □ GAFB
△ BAH = ½ ▭ ALHK *ui Syll. II.*

VII ½ □ GAFB und ½ ▭ ALHK sind einem dritten gleich

Wenn zwo Sachen einer dritten gleich sind, so sind sie einander selber gleich

E. ½ □ GAFB und ½ ▭ ALHK sind einander selber gleich

$\frac{1}{2}$ □ GAFB = $\frac{1}{2}$ ▭ ALHK
$\frac{1}{2}$ □ GAFB = $\frac{1}{2}$ ▭ ALHK

VIII Zu $\frac{1}{2}$ □ GAFB und $\frac{1}{2}$ ▭ ALHK wird gleiches addirt
Wenn man gleiches zu gleichem addirt, kommen gleiche Summen heraus
E. Bey $\frac{1}{2}$ □ GAFB und $\frac{1}{2}$ ▭ ALHK kommen gleiche Summen heraus
□ GAFB = ▭ ALHK

* * *
* * *

△ CEA baſ. = CE
△ CEA alt. = BC = DE
□ CBDE baſ. = CE
□ CBDE alt. = BC = DE

IX △ CEA hat mit dem Parallelogrammo CBDE einerley Baſin und Höhe
Alle △, die mit einem Parallelogrammo einerley Baſin und Höhe haben, ſind der Helfte des Parallelogrammi gleich
E. △ CEA iſt der Helfte des Parallelogrammi CBDE gleich
△ CEA = $\frac{1}{2}$ □ CBDE

* * *

△ BCI baſ. = CI
△ BCI alt. = LC = KI

□ LCIK bas. = CI
□ LCIK alt. = LC = KI

X △ BCI hat mit dem Parallelogrammo LCIK einerley Basin und Höhe

Alle Triangel, die mit einem Parallelogrammo einerley Basin und Höhe haben, sind der Helfte des Parallelogrammi gleich

E. △ BCI ist der Helfte des Parallelogrammi LCIK gleich

△ BCI = ½ □ LCIK

* * *

∠ ECB = ∠ recto ex constr.
∠ ACI = recto ex constr.

XI ∠ ECB und ∠ ACI sind einer dritten gleich

Wenn zwo Sachen einer dritten gleich sind, so sind sie einander selber gleich

E. ∠ ECB und ∠ ACI sind einander selber gleich

∠ ECB = ∠ ACI
+ ∠ BCA = + ∠ BCA

XII Zu ∠ ECB und ∠ ACI wird gleiches addirt

Wenn man gleiches zu gleichem addirt, kommen gleiche Summen heraus

E. Bey ∠ ECB und ∠ ACI kommen gleiche Summen heraus

∠ ECB + BCA = ∠ ACI + BCA
∠ ECA = ∠ BCI

* * *

∠ECA = ∠BCI
CE = BC
AC = CI

XIII In △ ECA und □ BCI sind zwo Seiten und 1. Winkel, den sie einschliesen, einander gleich

Wenn in △△ zwo Seiten und 1 Winkel, den sie einschliesen, einander gleich sind, so sind sie einander selber gleich

E. Die △ ECA und △ BCI sind einander selber gleich

△ ECA = △ BCI
△ ECA = ½ □ CBDE *ui Syll. IX*

XIV △ BCI und ½ □ CBDE sind einem dritten gleich

Wenn zwo Sachen einer dritten gleich sind, sind sie einander selber gleich

E. △ BCI und ½ □ CBDE sind einander selber gleich

△ BCI = ½ □ CBDE
△ BCI = ½ ▭ LCIK *ui Syll. X.*

XV ½ □ CBDE und ½ ▭ LCIK sind einem dritten gleich

Wenn zwo Sachen einer dritten gleich sind, so sind sie einander selber gleich

E ½ □ CBDE und ½ ▭ LCIK sind einander selber gleich

½ □ CBDE = ½ ▭ LCIK
½ □ CBDE = ½ ▭ LCIK

XVI Zu ½ □ CBDE und ½ ▭ LCIK wird gleiches addirt

Wenn man gleiches zu gleichem addirt, kommen gleiche Summen heraus

E. Bey ½ □ CBDE und ½ □ LCIK kommen gleiche Summen heraus

□ CBDE = □ LCIK

+ □ GAFB = + □ ALHK *ui Syll. VIII.*

XVII Zu □ CBDE und □ LCIK wird ches addirt.

Wenn man gleiches zu gleichem addirt, kommen gleiche Summen heraus.

E. Bey □ CBDF und □ LCIK kommen gleiche Summen heraus.

□ CBDE + □ GAFB = □ LCIK + □ ALHK

□ ACHI = □ LCIK + □ ALHK

XVIII □ CBDE + □ GAFB und □ ACHI sind einem dritten gleich.

Wenn zwo Sachen einer dritten gleich sind, so sind sie einander selber gleich.

E. □ CBDE + □ GAFB und □ ACHI sind einander selber gleich.

□ CBDE + □ GAFB = □ ACHI

1. Anmerkung.

155. Dieser Lehrsaz wird von seinem Erfinder Pythagora der Pythagorische Lehrsaz und wegen seines vortreflichen Nuzens durch die ganze Mathematick von einigen Magister Matheseos genennet. Pythogoras hat ihn

selbst

selbst so hoch geachtet, daß er sagte, man wäre verbunden um dieser Erfindung willen GOtt eine Hecatomben oder Opfer von hundert Ochsen zu bringen.

Die 2. Anmerkung.

156. Man kan auch eben dieses Theorema folgender massen beweisen.

ob
eandem bas. k l et alt. a k *Tab. VII. fig. 82. n. 1.*

△kbl = $\frac{1}{2}$ □ ackl. I.

* * *

ob
eandem basin b k et alt. b d

△bkl = $\frac{1}{2}$ ▭ bdki
△kbl = $\frac{1}{2}$ □ ackl. ui I.

$\frac{1}{2}$ ▭ bdki = $\frac{1}{2}$ □ ackl
$\frac{1}{2}$ ▭ bdki = $\frac{1}{2}$ □ ackl

▭ bdki = □ ackl. II.

* * *

ob
eandem bas. h l et alt. l f

△elh = $\frac{1}{2}$ □ lfhg. III.

* * *

ob
eandem baſ. eh et alt. de

$\triangle elh = \frac{1}{2} \square deih$
$\triangle elh = \frac{1}{2} \square lfhg$. ui III.

$\frac{1}{2} \square deih = \frac{1}{2} \square lfhg$
$\frac{1}{2} \square deih = \frac{1}{2} \square lfhg$

$\square deih = \square lfhg$
$\square bdki = \square ackl$. II.

$\square deih + \square bdki = \square lfhg + \square ackl$
$\square deih + \square bdki = \square bekh$

$\square lfhg + \square ackl = \square bekh$.

Oder noch anderſt.

Tab. VII. fig. 82. n. 2.

ck = bh ex conſtr.
dg = ce = ba ex conſtr.
$\angle a = \angle e$ = recto §. 72.

$\triangle cek = \triangle bah$. I.
* * *
$\triangle bcd = \triangle hki$
$\triangle blm = \triangle hfg$ II.

lmcd = fgki III.
* * *
$\square bagd = bah + hfg + bdfh$

ba

bah = cek ui I.

□bagd = cek + hfg + bdfh
hfg = blm ui II.

□bagd = cek + blm + bdfh

* * *

□cbhk = blm + lmcd + cek + efk + bdfh
□bagd = blm + cek + bdfh

□cbhk = □bagd + lmcd + efk

* * *

□egki = efk + kfgi
kfgi = lmcd ui III.

□egki = efk + lmcd

* * *

□cbhk = □bagd + lmcd + efk
□egki = efk + lmcd

□cbhk = □bagd + □egki
□hypoth. = □mai. et □min. lat.

Noch eine andere Demonstration kommt unten vor.

Die XLIV. Aufgabe.

157. Ein Quadrat zu machen, welches so gros ist, wie zwey oder mehrere andere zusammen genommen. *Tab. V. fig. 66.*

Auflösung.

Man sezt die Seiten zweyer Quadrate AB und BC rechtwinkelicht zusammen, das ist, man richtet auf BC eine Perpendicular-Linie BO = AB auf und ziehet ferner die Linie CO, welche die Seite des verlangten Quadrates CKIH ist.

Sind 3. Quadrate gegeben; so nehme zu erst die zwey ersten Quadrate und suche iezt gemeldter massen die Seite des Quadrates, welches so gros ist, als die beeden ersten zusammen genommen. Diese gefundene Seite und die Seite des dritten gegebnen Quadrates seze ich recht winkelicht zusammen: so bekomme ich die Seite des Quadrats, das so gros ist, als die gegebnen Quadrate zusammen genommen. Denn

△OBC = △ rectang.
BO = AB lat. □ABDE
BC = BC lat. □BCFG

□ex OC = □ABDE + □BCFG

* * *

△PCK = △ rectang.
PC = OC lat. □ ex OC
CK = CK lat. □CKIH

□PK = □ex OC + □CKIH

□PK

$\square$ ex OC $=$ $\square$ABDE $+$ $\square$BCFG

$\square$PK $=$ $\square$ABDE $+$ $\square$BCFG $+$ $\square$CKIH
PK $=$ KN

$\square$KNML $=$ $\square$ABDE $+$ $\square$BCFG $+$ $\square$CKIH

XXIIII Lehrsaz.

158. Wenn in geradelinichten Figuren die gleichnahmige Winkel einander gleich sind und die Linien, so sie einschliesen, beyderseits einerley Verhältnis haben: so sind sie einander ähnlich und wenn sie ähnlich sind, so hat es mit den Winkeln und Linien die gemeldete Beschaffenheit. *Tab. V. fig. 67. n. 1. 2.*

I.

$\angle A = \angle a$
$\angle B = \angle b$
$\angle C = \angle c$
AC : AB $=$ ac : ab
AC : BC $=$ ac : bc
AB : BC $=$ ab : bc

§. 2. et 32.

$\triangle$ABC $\backsim$ $\triangle$abc

Seu
figurae rectilineae
distinguuntur $\angle\angle$ et lateribus
$\angle\angle$ fig. rectil. A $=$ $\angle\angle$ fig. rectil. B.
Lat. fig. rectil. A ratio $=$ Lat. fig. rectil. B rationi

ob

ob
conuenientiam rerum distinctarum
§. 2. et 32.

---

fig. rectil. A ∽ fig. rectil. B

Per Syllogismos.

Die geradelinichte Figuren werden durch die Grösse der gleichnahmigen Winkel und durch die Verhältnis der Seiten, so sie einschliesen, unterschieden.

* * *

Geradlinichte Figuren, die einerley Gröse gleichnahmiger ∠∠ und einerley Verhältnis der Seiten haben, kommen in den Sachen mit einander überein, worinnen sie sonst unterschieden sind.

Figuren, die in den Sachen mit einander übereinkommen, worinnen sie sonst unterschieden sind, sind einander ähnlich.

Geradlinichte Figuren, die einerley Gröse gleichnahmiger ∠∠ und einerley Verhältnis der Seiten haben, sind einander ähnlich.

II.

fig. rectil. A ∽ fig. rectil. B.
sit
△ABC ∽ △abc
§. 2. et 32.

∠A = ∠a
∠B = ∠b
∠C = ∠c

AC

$$AC:AB = ac:ab$$
$$AC:BC = ac:bc$$
$$AB:BC = ab:bc$$

seu

fig: rectil. A ∽ fig. rectil. B

§. 2. et 32.

∠∠ fig. rectil. A = ∠∠ fig. rectil. B.

Lat. fig. rectil. A ratio = Lat. fig. rectil. B rationi

Geradlinichte Figuren sind hier einander ähnlich.

Figuren, die einander ähnlich sind, kommen in den Sachen miteinander überein, worinnen sie sonst unterschieden sind.

Geradlinichte Figuren kommen in den Sachen mit einander überein, worinnen sie sonst unterschieden sind.

Da sie sich nun durch die Gröse der gleichnahmigen ∠∠ und die Verhältnis der Seiten sonst unterscheiden; so kommen sie also der Gröse ihrer ∠∠ und der Verhältnis der Seiten nach mit einander überein.

Anmerkung.

159. Es wird erfordert, daß die Gröse gleichnahmiger ∠∠ übereinstimmen soll: da man doch wol denken könte, es dürfte nur die Verhältnis der ∠∠ einerley seyn. Wenn man die Sache recht ansieht, so ist es auch nicht

nicht anderst: denn zwey Winkel, die einerley Verhältnis zu ihrem Circul haben, sind einander gleich §. 10. et 26. und also steckt in der Gröse gleichnahmiger Winkel nichts anders, als eine Verhältnis.

Der XXIV. Lehrsaz.

Tab. V. fig. 68. n. 1. 2. 159. Wenn in zweyen Triangel zwey gleichnahmige Winkel einander gleich sind; so sind die Seiten proportional und wenn hingegen die Seiten proportional sind, so sind auch die gleichnahmigen Winkel gleich.

I.

∠B = ∠D
∠C = ∠E

△ABC lat. sunt proport. △FDE lat.

Demonstratio.

∠B = ∠D
∠C = ∠E
BC ∽ DE §. 3.
ob
eandem genesin §. 32.
et
descriptionem eiusdem modi §. 52. 53. 60

△ABC ∽ △FDE

Ergo

Ergo §. 158. n. II.

BA : AC = DF : FE
AB : BC = FD : DE
AC : CB = FE : ED Q. E I.

II.

△ABC lat. sint proport. △FDE lat.

∠∠ cognom. sunt aequales
B = D
C = E
A = F

Demonstratio.

△ABC lat. sunt proport. △FDE lat.
ob
eandem genesin §. 32.
et
descriptionem eiusdem modi §. 53. et 57

△ABC ∽ △FDE
Ergo §. 158. n. II.
∠B = ∠D.
∠C = ∠E.
∠A = ∠F.

Per Syllogismos

I.

I BC und DE sind gerade Linien.
Alle gerade Linien sind einander ähnlich.
BC und DE sind einander ähnlich.
BC ∽ DE

BC

* * *

BC et DE

∠B et ∠D

∠C et ∠E

II Hier sind 2. gegebne gleichnahmige Winkel und eine gleichnahmige Seiten.

Aus 2. gegebenen gleichnahmigen Winkeln und einer gleichnahmigen Seiten können △△ auf einerley Art beschrieben werden.

E. Können hier △△ auf einerley Art beschrieben werden.

△ABC describi potest eodem modo

△FDE describi potest eodem modo

* * *

△ABC et △FDE describuntur eodem modo

BC ∽ DE

∠B = ∠D

∠C = ∠E

III △ABC und △FDE sind auf einerley ley Art aus ähnlichen Sachen beschrieben worden.

Was auf einerley Art aus ähnlichen Sachen beschrieben worden, das ist einander ähnlich.

△ABC und △FDE sind einander ähnlich.

△ABC ∽ △FDE

IV △△ABC und FDE sind einander ähnlich.

Figu-

Figuren, die einander ähnlich sind, haben auch proportionirte Seiten.

E. △△ ABC und FDE haben auch proportionirte Seiten.

BA : AC = DF ; FE
AB : BC = FD : DE
AC : CB = FE : ED Q. E. I.

II.

BA et DF
BC et DE
AC et FE

I Hier sind drey gegebne Seiten.

Aus drey gegebnen Seiten können △△ auf einerley Art beschrieben werden.

E. Können hier △△ auf einerley Art beschrieben werden.

△ABC et △ FDE describi potest eodem modo.

* * *

△ABC et △FDE describitur eodem modo
△ ABC lat. sunt proport △FDE lat.

II △ ABC und FDE sind auf einerley Art aus ähnlichen Sachen beschrieben worden.

Was auf einerley Art aus ähnlichen Sachen beschrieben worden, das ist einander ähnlich.

E. △ ABC und △ FDE sind einander ähnlich.

$\triangle ABC \backsim \triangle FDE$

III $\triangle ABC$ und $\triangle FDE$ sind einander ähnlich.

Figuren, die einander ähnlich sind, haben einerley Gröse der gleichnahmigen Winkel.

E. $\triangle ABC$ und $\triangle FDE$ haben einerley Gröse der gleichnahmigen Winkel.

$\angle A = \angle F$

$\angle B = \angle D$

$\angle C = \angle E$ Q. E. II.

Der XXV. Lehrsaz.

Tab. VI. fig. 69. 161. Wenn in einem $\triangle ABC$ eine Linie DE mit der Grund-Linie BC parallel gezogen wird: so verhält sich 1) der obere Theil des einen Schenkel zu dem obern Theil des andern Schenkel, wie der eine ganze Schenkel zu dem andern ganzen Schenkel oder auch 2) verhält sich der obere Theil des einen Schenkel zu der Parallel-Linie, wie der eine ganze Schenkel zu der Basi oder Grund-Linie. Ferner 3) verhält sich der obere Theil des einen Schenkel zu dem obern Theil des andern Schenkel, wie der untere Theil des einen Schenkel zu dem untern Theil des andern Schenkels.

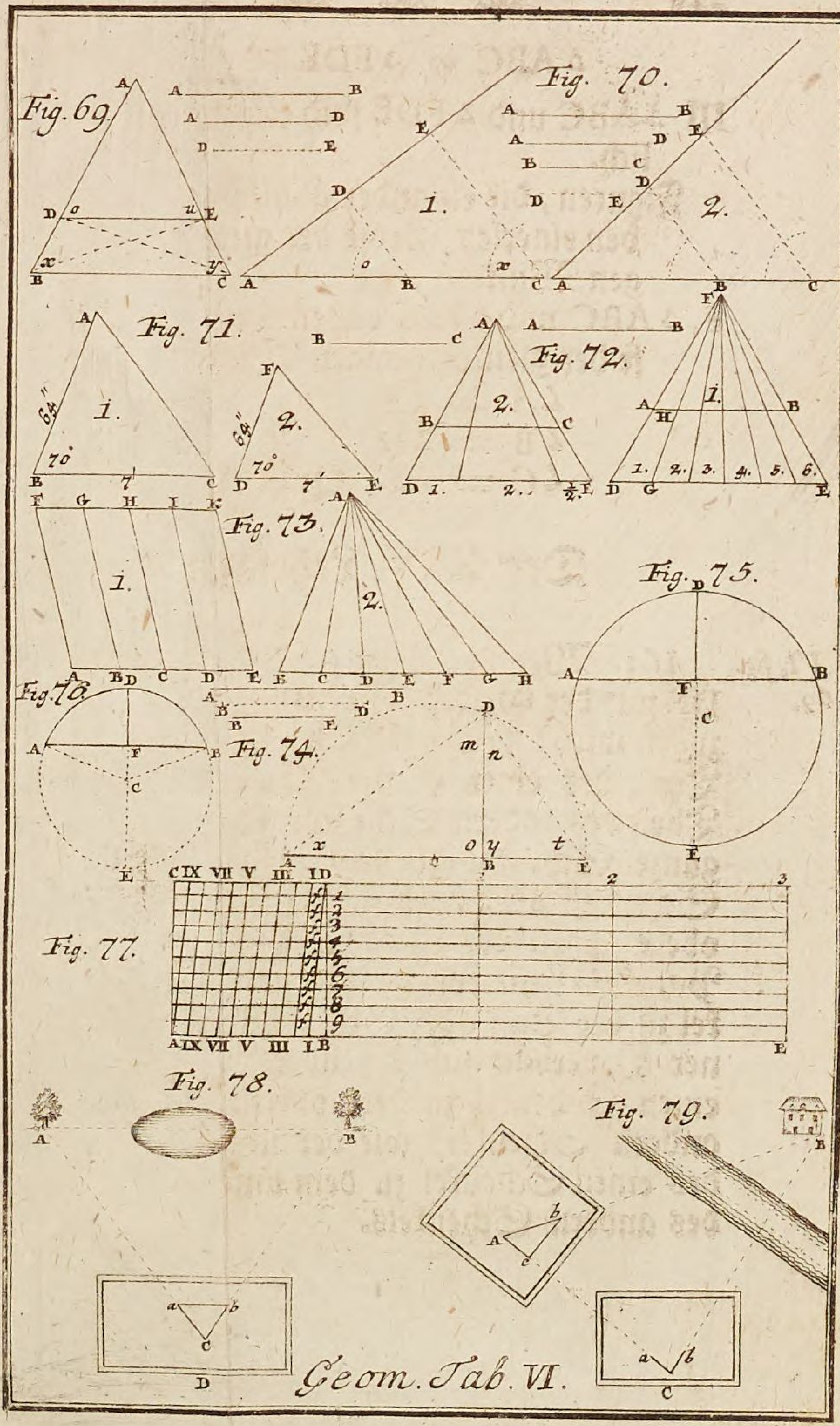


Fig. 69.
Fig. 70.
Fig. 71.
Fig. 72.
Fig. 73.
Fig. 74.
Fig. 75.
Fig. 76.
Fig. 77.
Fig. 78.
Fig. 79.
Geom. Tab. VI.

DE et BC = parall.

AD : AE = AB : AC
AD : DE = AB : BC
AD : AE = DB : EC

Demonstratio.

DE et BC = parall.

---

o = x
u = y §. 73.

AD : AE = AB : AC §. 159.
Vel
AE : AD = AC : AB Q. E. I.
Porro
AD : DE = AB : BC §. 159.
Vel
AE : DE = AC : BC Q. E. II.
* * *

AD : AE = AB : AC

AD : AB = AE : AC §. arithm.
AD : AB — AD = AE : AC — AE §. arith.

AD : BD = AE : EC
AD : AE = BD : EC
Vel
AE : AD = AC : AB

AE : AC = AD : AB §. arithm.

AE : AC — AE = AD : AB — AD §. arith.

AE : EC = AD : BD
AE : AD = EC : BD Q. E. III.

Per Syllogismos.

DE et BC = parall.

I BC und DE sind Parallel-Linien.
Wo Parallel-Linien sind, da ist der innere und äusere Winkel einander gleich.
E. Bey BC und DE sind der innere und äusere Winkel einander gleich.
o = x
u = y

II In △△ ABC und ADE sind zwey gleichnahmige Winkel einander gleich.
Wenn in △△ zwey gleichnahmige Winkel einander gleich sind, so haben auch die Seiten eine Proportion.
E. In △△ ABC und ADE haben auch die Seiten eine Proportion.
AD : AE = AB : AC
AE : AD = AC : AB Q. E. I.

Ferner
AD : DE = AB : BC
AE : DE = AC : BC Q. E. II.

* * *

AD : AE = AB : AC

III

III Hier ist eine Geometrische Proportion.

In einer Geometrischen Proportion verhält sich das erste zu dem dritten, wie das andere zu dem vierten.

E. Verhält sich hier das erste zu dem dritten, wie das andere zu dem vierten.

AD:AB = AE:AC

* * *

AD:AB = AE:AC

IV Hier ist eine Geometrische Proportion.

In einer Geometrischen Proportion verhält sich auch das erste zu dem Unterschied des andern von dem ersten, wie das dritte zu dem Unterschied des vierten von dem dritten.

E. Verhält sich auch hier das erste zu dem Unterschied des andern von dem ersten, wie das dritte zu dem Unterschied des vierten von dem dritten.

AD:AB — AD = AE:AC — AE

* * *

AB — AD = DB
AE — AC = EC

V Hier ist gleiches.

Gleiches kan für gleiches gesezet werden.

E. Kan hier gleiches für gleiches gesezet werden.

AD:DB = AE:EC

* * *

AD:DB = AE:EC

VI Hier ist eine Geometrische Proportion.

In einer Geometrischen Proportion verhält sich auch das erste zu dem dritten, wie das andere zu dem vierten.

E. Verhält sich auch hier das erste zu dem dritten, wie das andere zu dem vierten.

AD:AE = DB:EC

* * *

AE:AD = AC:AB

VII Hier ist eine Geometrische Proportion.

In einer Geometrischen Proportion verhält sich auch das erste zu dem dritten, wie das andere zu dem vierten.

E. Verhält sich auch hier das erste zu dem dritten, wie das andere zu dem vierten.

AE:AC = AD:AB

* * *

AE:AC = AD:AB

VIII Hier ist eine Geometrische Proportion.

In

In einer Geometrischen Proportion verhält sich auch das erste zu dem Unterschied des andern von dem ersten, wie das dritte zu dem Unterschied des vierten von dem dritten.

E. Verhält sich auch hier das erste zu dem Unterschied des andern von dem ersten, wie das dritte zu dem Unterschied des vierten von dem dritten.

AE : AC — AE = AD : AB — AD

* * *

AC — AE = EC
AB — AD = BD

IX Hier ist gleiches.

Gleiches kan für gleiches gesezet werden.

E. Kan hier gleiches für gleiches gesezet werden.

AE : EC = AD : DB

* * *

AE : EC = AD : DB

X Hier ist eine Geometrische Proportion.

In einer Geometrischen Proportion verhält sich auch das erste zum dritten, wie das andere zum vierten.

E. Verhält sich auch hier das erste zu dem dritten, wie das andere zu dem vierten.

AE ; AD = EC : DB Q. E. III.

Alio modo

Caſ. III.

DB = EC
DE = DE
ob
eandem baſ. et altitud.

△ DEB = △ DEC
* * *
DE = DE
ob
eandem alt.
§. 149

△ ADE : △ DEB = baſ. AD : baſ. BD
* * *
AE = AE
ob
eandem altit.
§. 149.

△ ADE : △ DEC = AE : EC
△ DEC = △ DEB

△ ADE : △ DEB = AE : EC
△ ADE : △ DEB = AD : BD

AE : EC = AD : BD
AE : AD = EC : BD
Vel
AD : AE = BD : EC

AD: BD = AE: EC

Per Syllogismos

DB = EC

DE = DE

I Der △DEB und △DEC haben einerley Basin und Höhe.

Triangel, die einerley Basin und Höhe haben, sind einander gleich.

E. Der △DEB und △DEC sind einander gleich.

△DEB = △DEC

* * *

DE = DE

II Der △ADE und DEB haben einerley Höhe.

Triangel, die einerley Höhe haben, verhalten sich gegen einander, wie ihre Bases.

E. Der △ADE und △DEB verhalten sich gegeneinander wie ihre Bases.

△ADE: △DEB = AD: BD.

* * *

AE = AE

III Der △ADE und △DEC haben einerley Höhen.

Triangel, die einerley Höhe haben, verhalten sich gegeneinander, wie ihre Bases.

E. Der △ADE und △DEC verhalten sich wie ihre Bases.

△ADE : △DEC = AE : EC

△DEC = △DEB

IV Der △DEB ist gleich dem △DEC.

Gleiches kan für gleiches gesezet werden.

E. Der △DEB kan für △DEC gesezet werden.

△ADE : △DEB = AE : EC

△ADE : △DEB = AD : BD

V Zwo Verhältnisse AE : EC und AD : BD sind einer dritten gleich.

Wenn 2. Verhältnisse einer dritten gleich sind, so sind sie einander selber gleich.

E. Die zwo Verhältnisse AE : EC und AD : DB sind einander selber gleich.

AE : EC = AD : DB

VI Bey AE : EC = AD : DB ist eine Geometrische Proportion.

In einer Geometrischen Proportion verhält sich das erste zum dritten, wie das andre zum vierten.

E. Bey AE : EC = AD : DB verhält sich das erste zum dritten wie das andre zum vierten.

AE : AD = EC : BD

Mithin auch

AD : AE = BD : EC

$$AD : BD = AE : EC$$

Anmerkung.

162. Nun können wir noch einen Beweis von dem Pythagorischen Lehr-Saze führen, der sich so verhält.

∠ABC = rect. ex constr. rectang. △ *Tab. VII. fig. 83. n. 1. 2. 3. 4. 5.*
∠ALB = rect. ex constr. perpend.
∠BLC = rect. ex constr. perpend.
∠x = ∠BAL = ∠BAC
∠y = ∠BCL = ∠BCA

* *
*

∠ABC = ∠ALB = ∠∠ cognom.
∠BAC = ∠LAB = ∠∠ cognom.

AB : AC = AL : AB §. 160.

AB. AB = AC. AL
AC = AH

AB. AB = AH. AL
□ AB = ▭ ALHK. I.

* * *

∠ABC = ∠BLC = ∠∠ cognom.
∠ACB = ∠BCL = ∠∠ cognom.

BC : AC = LC : BC §. 160.

BC. BC = AC. LC

AC

$$AC = CI$$

$$BC.\,BC = CI.\,LC$$

$$\square BC = \square CLKI$$
$$\square AB = \square ALHK \quad \text{ui I.}$$

$$\square AB + \square BC = \square ALHK + \square CLKI$$
$$\square ACHI = \square ALHK + \square CLKI$$

$$\square AB + \square BC = \square ACHI = \square AC.$$

Per Syllogismos

$\triangle ABC = \triangle$ rectang.

I $\triangle ABC$ ist ein rechtwinkelichter Triangel.
In einem rechtwinkelichten Triangel ist ein rechter $\angle$
E. In $\triangle ABC$ ist ein rechter $\angle$.
$\triangle ABC \angle$ rect. $= \angle ABC$

* * *

BL = perpend.

II BL ist eine Perpendicular-Linie.
Wo eine Perpendicular-Linie ist, da sind rechte $\angle\angle$.
E. Bey BL sind rechte Winkel.
$\angle ALB = \angle$ recto
$\angle BLC = \angle$ recto

* * *

$\angle x = \angle \triangle ABC$ et $\triangle BAL$

III $\angle x$ ist eine Gröse.

Eine

Eine iede Gröse ist sich selber gleich.
E. $\angle x$ ist sich selber gleich.
$\angle x = \angle BAC = \angle BAL$
So ist auch $\angle y = \angle BCA = BCL$
* * *

$\angle ABC = \angle ALB = \angle\angle$ cognom.
$\angle BAC = \angle LAB = \angle\angle$ cognom.

IV Hier sind zween gleichnahmige Winkel einander gleich.

Wo zween gleichnahmige Winkel einander gleich sind, da sind die gleichnahmige Seiten proportionirt.
E. Hier sind die gleichnahmigen Seiten proportionirt.
$AB : AC = AL : AB$
* * *

$AB : AC = AL : AB$

V Hier ist eine Geometrische Proportion.

In einer Geometrischen Proportion ist das Product des ersten Gliedes in das vierte dem Producte des andern in das dritte gleich.
E. Hier ist das Product des ersten Gliedes in das vierte dem Producte des andern in das dritte gleich.
$AB . AB = AC . AL$
* * *

$AC = AH$

VI AH ist gleiches mit AC.

Glei-

Gleiches kan für gleiches gesezet werden.

E. AH kan für AC gesezet werden.

AB. AB = AH. AL

□ AB = ▭ AHLK.

* * *

∠ABC = ∠BLC = ∠∠ cogn.

∠ACB = ∠BCL = ∠∠ cogn.

VII Hier sind zween gleichnahmige Winkel einander gleich.

Wo zween gleichnahmige Winkel einander gleich sind, da sind die gleichnahmigen Seiten proportionirt.

E. Hier sind die gleichnahmigen Seiten proportionirt.

BC : CA = LC : BC

* * *

BC : CA = LC : BC

VIII Hier ist eine Geometrische Proportion.

In einer Geometrischen Proportion ist das Product des ersten Gliedes in das vierte dem Producte des andern in das dritte gleich.

E. Hier ist das Product des ersten Gliedes in das vierte dem Producte des andern in das dritte gleich.

BC. BC = CA. LC

* * *

CA = CI

IX CI ist gleich CA.

Gleiches kan für gleiches gesezet werden.

E. CI kan für CA gesezet werden.

BC. BC = CI. LC

□ BC = ▭ CLKI

□ AB = ▭ ALHK *ui syll. VI.*

X Zu □ BC und ▭ CLKI wird gleiches addirt.

Wenn man gleiches zu gleichem addirt, kommen gleiche Summen heraus.

E. Bey □ BC und ▭ CLKI kommen gleiche Summen heraus.

□ BC + □ AB = ▭ CLKI + ▭ ALHK

* * *

□ ACHI = ▭ CLKI + ▭ ALHK

XI □ ACHI ist ▭ CLKI + ▭ ALHK gleich.

Gleiches kan für gleiches gesezet werden.

E. □ ACHI kan für ▭ CLKI + ▭ ALHK gesezet werden.

□ AB + □ BC = □ ACHI = □ AC

Anmerkung.

Der Imagination zu lieb hat man die △ ABC, BLC, ABL nach einander hingesezet, damit man die gleichnahmigen Seiten desto besser finden könne.

Die XLV. Aufgabe.

Tab. VI. fig. 70. n. 1. 164. Zu zwey gegebnen Linien die dritte Proportional-Linie zu finden.

Auflösung.

Man machet nach Gefallen einen Winkel z. E. EAC und trägt aus A in C die Linie AB und aus A in E die Linie AD; ferner trägt man die Linie AB nochmal aus B in C: alsdenn zieht man eine Linie aus B in D und trägt den ∠o in x oder machet Parallel-Linien. Da ich denn die Linie CE ziehen kan, die die dritte Proportional-Linie ist. Denn

ob
∠o = ∠x
DB et CE = parall.

AB : AD = BC : DE §. 161.
AD = BC ex constr.

AB : AD = AD : DE.

Die XLVI. Aufgabe.

Tab. VI. fig. 70. n. 2. 165. Zu drey gegebnen Linien die vierte Proportional-Linie zu finden.

Auflösung.

Man machet, wie vorhin nach Belieben einen Winkel, z. E. ∠CAE und trägt aus A in C die Linie AB, aus A in E die Linie AD, aus B in C die Linie BC; als-

denn

denn ziehe die Linie BD: ferner nehme ich den ∠B und trage ihn in C. Da ich denn die Linie DE und zugleich die vierte Proportional-Zahl bekomme. Denn

ob
$\angle B = \angle C$
BD et CE = parall.

AB : AD = BC : DE §. 161.

Der XXVII. Lehrsaz.

166. Wenn in zweyen Triangeln 1. Winkel einander gleich und die Seiten, die ihn einschliesen, proportionirt sind: so sind die ganzen △△ einander ähnlich und folglich die übrigen Seiten proportionirt und die Winkel gleich. *Tab. VI. fig. 71. n. 1. 2.*

$\angle B = \angle D$
AB : BC = FD : DE

△ABC ∽ △FDE
$\angle A = \angle F$
$\angle C = \angle E$
AC : CB = FE : ED
AB : AC = FD : FE

Demonstratio.

$\angle B = \angle D$
AB : BC = FD : DE
ob
eandem genesin §. 32.

et
descriptionem eiusmodi §. 51. et 59.

$\triangle ABC \sim \triangle FDE$

Ergo §. 158. n. II.

$\angle A = \angle F$

$\angle C = \angle E$

$AC : CB = FE : ED$

$AB : AC = FD : FE$

Per Syllogismos.

$\angle B = FD$

AB cognom. FD

BC cognom. DE

I Hier werden zwey Seiten und der Winkel, den sie einschliesen, gegeben.

Aus zweyen gegebnen Seiten und dem Winkel, den sie einschliesen, können $\triangle\triangle$ gemachet werden.

E. Können hier $\triangle\triangle$ gemachet werden.

$\triangle ABC$ describi potest eodem modo

$\triangle FDE$ describi potest eodem modo

*

* *

$\angle B = \angle D$

$AB : BC = FD : DE$

ex quibus

$\triangle\triangle$ describi possunt

eodem modo *Syll. I.*

II $\triangle ABC$ und $\triangle FDE$ wird auf einerley Art aus ähnlichen Sachen erzeugt.

Was

Was auf einerley Art aus ähnlichen Sachen erzeuget wird, das ist einander ähnlich.

E. △ABC und △FDE sind einander ähnlich.

$$\triangle ABC \backsim \triangle FDE$$

III △ABC und △FDE sind einander ähnlich.

Figuren, die einander ähnlich sind, haben einerley Verhältnis der Seiten und Gröse der Winkel.

E. △ABC und △FDE haben einerley Verhältnis der Seiten und Gröse der Winkel.

$$\angle A = \angle F$$
$$\angle C = \angle E$$
$$AC : CB = FE : ED$$
$$AB : AC = FD : FE$$

Anmerkung.

167. Die Lehrsäze von der Aehnlichkeit der Triangel sind von den nüzlichsten in der ganzen Mathematick und dienen zu den meisten Erfindungen, die man in derselben haben kan: auch die vornehmste Ausübung der Geometrie auf dem Felde beruhet auf denselben, wie bald mit mehrerm erhellen soll.

Die XLVII. Aufgabe.

168. Eine gerade Linie in so viel gleiche Theile zu theilen, als man verlanget. *Tab. VI. fig. 72. n. 1.*

Auflösung.

Man trägt nach Belieben auf eine Linie DE so viel gleiche Theile, als die gegebne Linie AB bekommen soll Z. E. 6. Alsdenn sezt man auf DE einen gleichseitigen Triangel FDE und trägt aus F in B und aus F in A die Linie AB. Endlich ziehet man aus der Spize des Triangels F gegen den ersten Theilungs-Punct G die Linie FG: so ist AH der sechste Theil von der gegebnen Linie AB und so fort.

Beweis.

FA = FB ex constr.
FD = FE ex const.
∠F = ∠F

§. 166

FA:FB = FD:FE
∠A = ∠D
FA : AB = FD:DE
FD = DE = *lat.* △ *aequil.*

§. arithm.

FA = AB

*
* *

∠A = ∠D
∠AFH = ∠DFG

§. 160

FA:AH = FD:DG

FA

$$FA = AB$$

$$AB : AH = FD : DG$$
$$FD = DE$$

$$AB : AH = DE : DG$$
$$DG = \tfrac{1}{6} DE$$
$$AB : AH = DE : \tfrac{1}{6} DE$$

$$\tfrac{1}{6} AB = AH$$

Die XLVIII. Aufgabe.

169. Eine gerade Linie nach der Proportion einzutheilen, nach welcher eine andere ist eingetheilet worden.

Auflösung.

Man theilet eine gegebne Linie DE nach der verlangten Proportion ein und beschreibet auf dieselbe einen gleichseitigen Triangel. Man trägt ferner aus A in B und aus A in C die gegebne Linie BC. Endlich ziehet man aus der Spize des Triangels A an die Theillungs-Puncte Linien, die denn die gegebne Linie nach der gehörigen Proportion theilen. *Tab. VI. fig. 72. n. 2.*

Der Beweis ist einerley mit dem vorigen.

Anmerkung.

170. Diese Aufgabe hat vielen Nuzen in der Bau-Kunst und Fortification, sonder-

Auflösung.

Man trägt nach Belieben auf eine Linie DE so viel gleiche Theile, als die gegebne Linie AB bekommen soll Z. E. 6. Alsdenn sezt man auf DE einen gleichseitigen Triangel FDE und trägt aus F in B und aus F in A die Linie AB. Endlich ziehet man aus der Spize des Triangels F gegen den ersten Theilungs-Punct G die Linie FG: so ist AH der sechste Theil von der gegebnen Linie AB und so fort.

Beweis.

FA = FB ex constr.
FD = FE ex const.
∠F = ∠F

§. 166

FA:FB = FD:FE
∠A = ∠D
FA:AB = FD:DE
FD = DE = *lat.* △ *aequil.*

§. arithm.

FA = AB

*
* *

∠A = ∠D
∠AFH = ∠DFG

§. 160

FA:AH = FD:DG

FA

$$FA = AB$$

$$AB : AH = FD : DG$$
$$FD = DE$$

$$AB : AH = DE : DG$$
$$DG = \tfrac{1}{6} DE$$
$$AB : AH = DE : \tfrac{1}{6} DE$$

$$\tfrac{1}{6} AB = AH$$

Die XLVIII. Aufgabe.

169. Eine gerade Linie nach der Proportion einzutheilen, nach welcher eine andere ist eingetheilet worden.

Auflösung.

Man theilet eine gegebne Linie DE nach der verlangten Proportion ein und beschreibet auf dieselbe einen gleichseitigen Triangel. Man trägt ferner aus A in B und aus A in C die gegebne Linie BC. Endlich ziehet man aus der Spize des Triangels A an die Theillungs-Puncte Linien, die denn die gegebne Linie nach der gehörigen Proportion theilen. *Tab. VI. fig. 72. n. 2.*

Der Beweis ist einerley mit dem vorigen.

Anmerkung.

170. Diese Aufgabe hat vielen Nuzen in der Bau-Kunst und Fortification, sonder-

lich, wenn man einen vorgegebenen Ris nach Belieben vergrösern oder verkleinern soll.

Die XLIX. Aufgabe.

171. Ein Parallelogrammum, ingleichen einen Triangel in so viel gleiche Theile zu theilen, als man verlanget.

Auflösung.

Tab. VI. fig. 73. n. 1. 2. Man theilet bey beeden die Grund-Linie in so viel gleiche Theile, als die Figuren eingetheilet werden sollen. Hernach zieht man aus den Theilungs-Puncten Linien, die bey dem Parallelogrammo mit den Neben-Seiten Parallel und bey dem Triangel in die Spize desselben zusammen laufen. So sind beede Figuren in gleiche Theile getheilet. Denn weil die kleinen Figuren als die Theile auf einerley Höhe und Basi stehen, so sind sie einander gleich.

Die L. Aufgabe.

172. Zwischen zwey gegebnen Linien eine mittlere Proportional-Linie zu finden.

Auflösung.

Tab. VI. fig. 74. Man trägt die gegebnen Linien AB und BE auf eine Linie AE an einander hin und theilet sie in zwey gleiche Theile. Aus dem

dem Puncte C macht man mit CA oder CE einen halben Circul und richtet aus B als dem Puncte, wo die beeden Linien zusammen stossen, die Perpendicular-Linie BD auf. Diese ist auch die verlangte mittlere Proportional-Linie.

$$\angle m+n = \angle \text{recto}$$
$$\angle o = \angle \text{recto}$$
$$\angle y = \angle \text{recto}$$

*
* *

$$\angle\angle m+n+x+t = \angle\angle \triangle ADE$$
$$m+n = \angle o = \text{rect.}$$

$$\angle\angle o+x+t = \angle\angle \triangle ADE$$
$$\angle\angle o+x+m = \angle\angle \triangle ADB$$

$$\angle\angle o+x+t = \angle\angle o+x+m$$
$$o+x = o+x$$

$$\angle t = \angle m$$
$$\angle y = \angle o$$

$$\angle n = \angle x$$

* * *

$$\angle m = \angle t$$
$$\angle x = \angle n$$

$$AB:BD = BD:DE$$

Die 1. Anmerkung.

174. Wenn man für 1. eine Linie annimmt und nach derselben eine gegebne Zahl

durch eine andere Linie exprimiret: so kan man durch diese Aufgabe vermittelst des verjüngten Maasstabes die Quadrat-Wurzel ausziehen. Denn z. E. wenn ich seze

Tab. VI. fig. 74.

$$AB = 345''$$
$$BE = 171$$
$$AB : BD = BD : BE$$
$$345'' : BD = BD : 171$$

$$345 . 171 = BD . BD = \square BD$$

$$\sqrt{58995''} = \square BD$$

$$242'' = BD.$$ §. arithm.

Die 2. Anmerkung.

175. Eben auf diese Art kan man auch durch die 46. Aufgabe die Regel Detri in Linien verrichten. Denn z. E.

$$AB = 243''$$
$$AD = 232$$
$$BC = 156$$
$$AB : AD = BC : DE$$
$$243 : 232 = 156 : DE$$

$$36192I : 243 = DE$$

$$142'' = DE$$ §. arithm.

Die LI. Aufgabe.

Tab. VI. fig. 75.

176. Aus der gegebenen Sehne eines Bogens und dessen Höhe den Diametrum

trum und folgends den Mittel-Punct des Circuls zu finden.

Auflösung.

Man suchet zu der Höhe FD und der halben Sehne FB die dritte Proportional-Linie FE §. 17. arithm. et §. 172. zu FE addiret man die Höhe FD, so bekomme ich den ganzen Diametrum ED: theilet man denselben in 2. gleiche Theile, so hat man den Radium EC oder DC und folgends auch den Mittel-Punct C. Z. E.

$$DF = 4'$$
$$FB = \tfrac{1}{2} AB = 8$$
$$DF : FB = FB : FE$$
$$4 : 8 = 8 : FE$$

$$64 : 4 = FE$$

$$16 = FE$$
$$4 = DF$$

$$20 = FE + DF = DE$$

$$10 = \tfrac{1}{2} DE = DC = CE$$

Cent. $= C$

Anmerkung.

177. Diese Aufgabe hat ihren Nuzen in der Bau-Kunst, wenn man die Eröfnung

 der

der Thüren und Fenster mit Bögen schliesen soll.

Die LII. Aufgabe.

178. Aus der gegebnen Sehne eines Bogens und seiner Höhe den Inhalt des Ausschnittes zu finden.

Auflösung.

Tab. VI. fig. 76. Man sucht zu erst den Diameter des Circuls DE: beschreibet damit einen Circul und trägt die Sehne AB hinein. Man misst alsdenn den Winkel ACB mit dem Transporteur und suchet den Ausschnitt ACBDA §. 146. Ferner sucht man aus der gegebnen Sehne AB und dem Unterscheide FC, der zwischen der Höhe des Bogens DF und dem Radio DC ist, den Inhalt des Triangels ACB. Diesen Inhalt ACB ziehet man von dem Ausschnitte ACBDA ab, so bleibt der Abschnitt ADBFA übrig. Z. E.

$$AB = 12'$$
$$DE = 4'$$
$$\tfrac{1}{2} AB = FB = 6'$$
$$DF : FB = FB : FE$$

$$4 : 6 = 6 : FE$$

$$36 : 4 = FE$$

$$9 = FE$$

$$4 = DE$$

$$2 | \; 13 = DE$$

$$6\tfrac{1}{2}' = \tfrac{1}{2}DE = DC \text{ §. } 176.$$

$$100 : 314 = DC : \tfrac{1}{2}\text{periph.}$$

$$100 : 314 = 65'' : \tfrac{1}{2}\text{ periph.}$$

$$(314.65) : 100 = \tfrac{1}{2}\text{ periph.}$$

$$20410 : 100 = \tfrac{1}{2}\text{ periph.}$$

$$204'' = \tfrac{1}{2}\text{ periph.}$$

§. 138. et 141

$$180^\circ : \angle ACB = \tfrac{1}{2}\text{ periph} : \text{Arc. } ADB$$

$$180^\circ : 140^\circ = 204 : \text{Arc. } ADB$$

$$(140.204) : 180 = \text{Arc. } AB$$

$$28560 : 180 = \text{Arc. } AB$$

$$158'' = \text{Arc. } AB$$

$$32\tfrac{1}{2} = \tfrac{1}{2}DC = \tfrac{1}{2}\text{ rad.}$$

$$5135'' = \text{Area } ACBDA$$

* * *

$$DC - DF = FC$$

$$65'' - 40'' = 25$$

* * *

$$AB = 120''$$

$$FC = 25$$

$$2 | \; 3000$$

$$1500 \; \triangle ACB.$$

Area

Area ACBDA	=	5135″
— △ ACB	=	— 1500
Area AFBDA	=	3635″

Die LIII. Aufgabe.

179. Einen veriüngten Maasstab zu verfertigen.

Auflösung.

Tab. VI. fig. 77. Man ziehet eine Linie AE und trägt auf dieselbe 10. gleiche Theile von beliebter Gröse aus A in B und denn ferner den Raum AB trägt man so oft fort, als es beliebet. Weiters richtet man in A von gefälliger Länge eine Perpendicular-Linie AC auf und theilet sie in 10. gleiche Theile. Durch ieden Theilungs-Punct ziehet man mit AE eine Parallel-Linie und trägt auf die obere Linie CD eben die Theile, welche sich auf AB befinden. Endlich ziehet man oben 9 und unten 10, oben 8. und unten 9, oben 7. und unten 8. u. s. w. mit geraden Linien zusammen. Man sagt, wenn AB eine Ruthe ist, so sind die Theile B I. oder D I. ein Schuh, B II. oder D II. zwey Schuh u. s. w. Ferner I. 9. oder f. 1. ein Zoll, II. 8. oder f. 2. zwey Zoll u. s. w.

Denn

AB = CD = pertica

$$\frac{AB = CD \text{ in 10. partes aequales diuis.}}{D.I. = B.I. \text{ etc.} = \tfrac{1}{10} \text{ pert.} = \text{ped. §.5.}}$$

* * *

$$BI \text{ et } 1f = \text{parall.}$$

§. 161

$$DB : BI = DI : 1f$$

$$\frac{BI = \tfrac{1}{10} DB}{1f = \tfrac{1}{10} DI}$$

$$\frac{DI = \text{ped.}}{1f = \tfrac{1}{10}\text{ped.} = \text{digit. §. 5.}}$$

Zusaz.

180. Wenn ich Z. E. eine Linie habe, die über 1°, 3′ noch was drüber hat: so gehe ich mit dem gegebnen Maas des Zirkels so weit herunter, bis die eine Spizen in einen Punct kommt, der von dem Durchschnitte zweyer Linien entstehet; da zehl ich denn die Linien von oben herunter (oder wenn der Maasstab von unten anfängt, von oben hinauf) und so viele Linien es sind, so viel Zoll sez ich noch zu den Schuhen.

Die LIV. Aufgabe.

181. Die Weite zweyer Oerter zu finden, zu denen beyden man aus einem angenommenen Stande kommen kan.

Auf-

Auflösung.

Tab. VI. fig. 78.

Man sezt das Mes-Tischlein an einen beliebigen Ort D und erwehlet auf demselben einen Punct C. Von demselben Puncte visiret man durch die Dioptern in A und ziehet die Linie Ca. Gleichergestalt visiret man in B und ziehet die Linie Cb. Alsdenn misst man mit der Ruthen die Linien CA und CB und trägt dieselben von dem veriüngten Maasstabe aus C in a und b. Endlich misst man die Linie ab auf dem veriüngten Maasstabe, so hat man die Gröse der verlangten Weite AB.

Beweis.

$\angle ACB = \angle aCb = \angle\angle$ iidem
AC : BC = aC : bC ex constr.

AC : AB = aC : ab §. 166.
AC : aC = AB : ab
AC ∽ aC ex const.
AB ∽ ab

Eine andere Auflösung.

Man sezt den Winkelmesser in D und misst den Winkel ACB. Man misst ferner die Linien CA und CB und construiret durch Hülfe des Transporteur und veriüngten Maasstabes einen Triangel acb. Endlich misst man die Linie ab auf

dem

dem veriüngten Maasstabe; so weis man, wie viele Ruthen, Schuhe und Zolle die Linie AB hält. Der Beweis ist wie in der vorigen Auflösung.

Die LV. Aufgabe.

182. Die Weite zweyer Oerter zu messen, zu deren einem man nur kommen kan.

Auflösung.

Man sezt das Mes-Tischlein in einen nach Belieben erwehlten Stand C und visiret aus dem Puncte C nach beyden Oertern A und B. Man misst ferner die Weite des Standes C von dem Orte A, zu welchem man kommen kan und trägt sie von dem veriüngten Maasstabe aus C in a. Von dar geht man mit dem Mes-Tischlein bis in A und sezet es dergestalt nieder, daß der Punct a in A stehe und man durch die Dioptern nach der Linie a c den in C eingesteckten Stab sehen könne. Hierauf visiret man durch die Dioptern aus a in B und ziehet die Linie a b. Endlich misst man diese Linie a b auf dem veriüngten Maasstabe und erkennet die Gröse der verlangten Weite AB. *Tab. VI. fig. 79.*

Beweis.

$\angle BCA = bCa = \angle bcA = \angle\angle$ comm.

$$\angle BAC = bAC = \angle\angle \text{ comm.}$$

$$AC : AB = Ac : Ab \quad \S. 166.$$
$$AC ; Ac = AB ; Ab$$
$$AC \backsim Ac$$
$$AB \backsim Ab$$

Eine andere Auflösung.

Man misst mit dem Instrumente die Winkel C und A und mit der Ruthen die Linie AC. Daraus construiret man durch Hülfe des Transporteur und veriüngten Maasstabes einen Triangel Acb. Wenn man nun auf dem veriüngten Maasstabe die Linie Ab misset, so weis man die verlangte Weite AB. Der Beweis ist wie vorhin.

Die LVI. Aufgabe.

Tab. VI. fig. 80. 183. Die Weite zweyer Oerter, zu deren keinem man kommen kan, zu messen.

Auflösung.

Man erwehlet zwey Stände C und D. In den einen C sezet man das Tischlein, in den andern stecket man einen Stab. Aus dem Puncte C visiret man durch die Diopтern nach dem Stabe D, ingleichen nach B und A und dahin ziehet man Linien auf dem Tischlein. Man misst die Weite der beeden Stände C, D und trägt sie

nach

nach dem verjüngten Maasstabe auf das Tischlein aus C in d. Ferner steckt man in C einen Stab und sezt das Tischlein dergestalt in D, daß der Punct d in D komme und wenn man nach der Linie c D durch die Dioptern visiret, man den Stab in C erblicke. Man visiret ferner aus D gegen A und B und ziehet auf dem Tischlein die Linien D a, D b. Endlich misst man auf dem verjüngten Maasstabe a b; so hat man die Weite der Länge AB.

Beweis.

$\angle DCB = dCB = Dcb =$ comm.
$\angle BDC = bDC = bDc = \angle\angle$ comm.

CD : CB = cD : cb §. 166.
CD : cD = CB : cb I.

* * *

$\angle ADC = \angle aDc$
$\angle ACD = \angle ACd = \angle acD$

CD : AC = cD : ac §. 166.
CD : cD = AC : ac II.

* * *

CD : cD = AC : ac ui II.
CD : cD = CB : cb ui I.

AC : ac = CB : cb
AC : CB = ac : cb

* * *

$\angle ACB = \angle acb$

$AC : CB = ac : cb$

$AC : AB = ac : ab$ §. 166.

* * *

$CD : AC = cD : ac$ ui II.

$AC : CD = ac : cD$ per inuersionem

$AC : ac = CD : cD$

$CD \backsim cD$ ex constr.

$AC \backsim ac$ III.

* * *

$AC : AB = ac : ab$

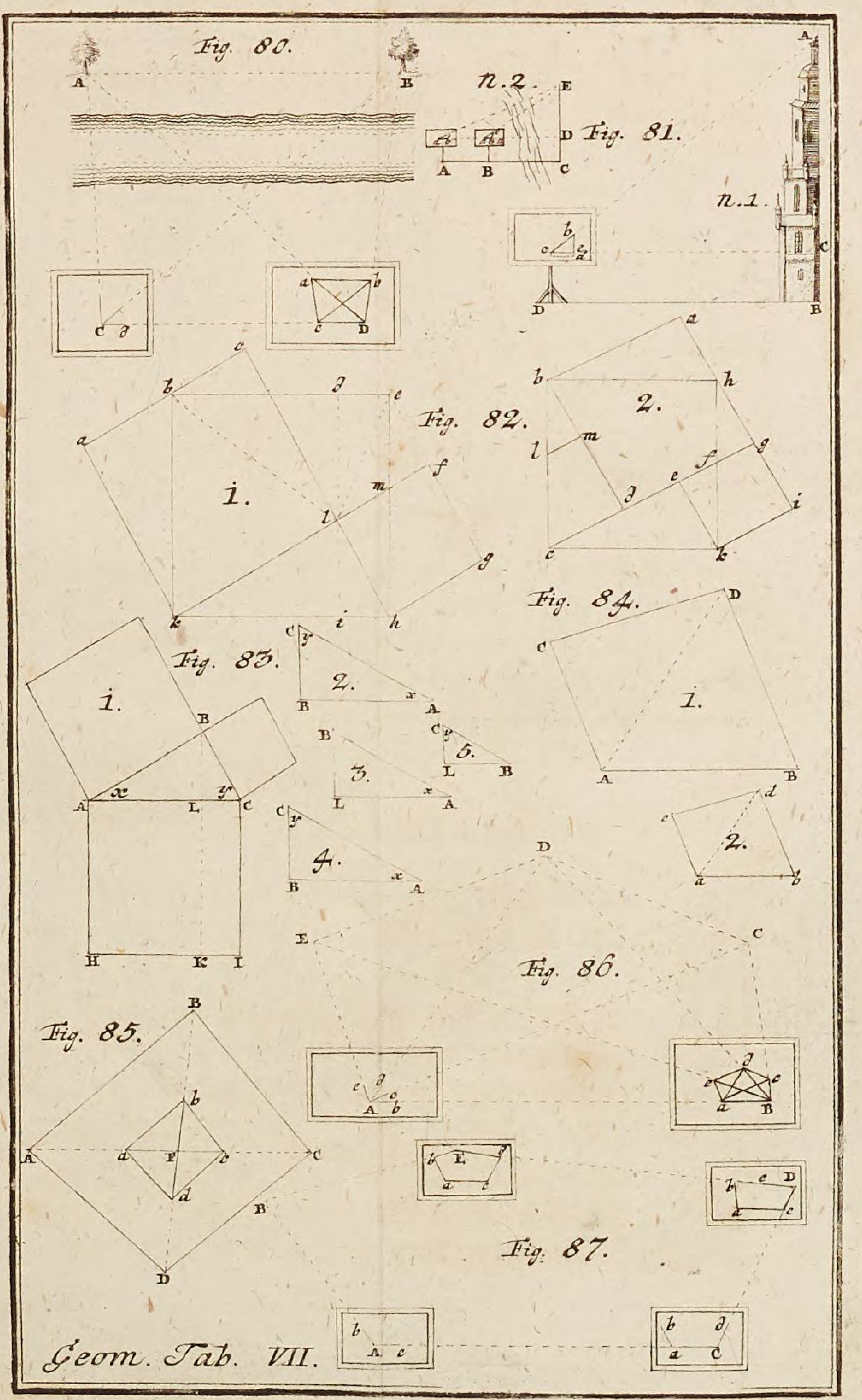
$AC : ac = AB : ab$

$AC \backsim ac$ ui III.

$AB \backsim ab$

Eine andere Auflösung.

Man misst aus dem ersten Stande C die Winkel ACB und BCD und aus dem Stande D die Winkel BDA und ADC. Man misst ferner die Stand-Linie CD. Diese trägt man nach dem veriüngten Maasstabe auf das Papier und construiret mit Hülfe der gefundnen Winkel Triangel, dadurch die Linie ab determiniret wird. Endlich misst man auf dem veriüngten Maasstabe ab; so weis man die ver-



Geom. Tab. VII.

verlangte Weite AB. Der Beweis ist mit dem vorigen einerley.

Anmerkung.

184. Auf gleiche Art kan man die Weite gar vieler Oerter auf einmal messen; wenn man nemlich aus zweyen Ständen gegen jeden visiret.

Die LVII. Aufgabe.

185. Die Höhe eines Ortes zu messen, zu dem man kommen kan.

Auflösung.

Man erwehlet sich einen Stand in D und richtet das Tischlein vertical, doch so, daß seine untere Seite horizontal seye; welches vermittelst einer Bley-Wage gar leicht geschehen kan. Alsdenn legt man die Regel mit den Diooptern an das Tischlein horizontal und visiret nach dem Orte, dessen Höhe man messen will, und ziehet die Linie cC. Hierauf kehret man an dem Puncte c die Regel mit dem Diooptern in die Höhe, bis man die Spize A erblicket und ziehet man auf dem Tischlein die Linien cb. Ferner misset man die Stand-Linie DB oder cC und trägt sie von dem veriüngten Maasstabe auf das Tischlein aus c in e und richtet in e ein *Tab. VII. fig. 81. n. 1.*

Perpendicul e b auf. Endlich misst man die Länge e b auf dem verjüngten Maasstabe; so weis man die Höhe CA; addiret man de, das ist die Höhe BC nach dem verjüngten Maase; so kommt die verlangte Höhe AB heraus.

Beweis.

$\angle AcC = \angle bce$

$\angle ACc = \angle bec = \angle$ recto propter alt.

---

ce : cC = be : Ac §. 166

ce ∽ cC

---

be ∽ AC

de ∽ CB = Dc

---

bd ∽ AB.

Eine andere Auflösung.

Man misst den Winkel AcC und die Stand-Linie DB. Daraus construiret man einen rechtwinkelichten Triangel bce. Misst man die Höhe be auf dem verjüngten Maasstabe, so hat man die Höhe AC. Dazu kommt noch die Höhe des Stativs und alsdenn weis man die ganze Höhe AB.

Der Beweis ist wie im vorigen.

Anmerkung.

186. Man sezt zum voraus, daß die Linie DB horizontal seye. Denn wenn das Instru-

strument an einem erhabenern oder auch niedrigerern Ort stünde als die Höhe BA gelegen: so ist es rathsamer, daß man auch den Winkel CcB misset und den Triangel CcB im kleinen construiret.

Die LVIII. Aufgabe.

Tab. VII. fig. 81. n. 2.

187. Eine Höhe zu messen, zu der man nicht kommen kan.

Auflösung.

Man erwehlet sich 2. Stände in A und B und visiret wie in der vorhergehenden Aufgabe nach der Spizen E und dem Puncte D aus dem ersten Stande A. Hernach misst man die Stand-Linie AB und träget sie aus a, so über dem Puncte A stehen mus, in b von dem verjüngten Maasstabe. Man trägt ferner das Tischlein in B dergestalt, daß der Punct b über B komme, und visiret wie vorhin nach dem Stabe A und der Spizen E. Wo die Linie ae die Linie be durchschneidet, da lässt man ein Perpendicul ed auf bd herunter fallen. Wird nun de auf dem verjüngten Maasstabe gemessen, so hat man die Höhe ED. Wird die Höhe DC oder die Höhe des Stativs dazu addirt, so hat man die verlangte Höhe EC. Der Beweis ist so, wie in der vorigen Aufgabe.

Eine andere Auflösung.

Man misst in dem ersten Stande A den Winkel EaD und in dem andern B den Winkel Eba und die Stand-Linie AB. Diese trägt man auf das Papier nach dem veriüngten Maasstabe und construiret darauf durch Hülfe der Winkel EaD und Eba einen Triangel eab. Dessen Grund-Linie ab wird verlängert in d und man lässt von e ein Perpendicul ed herunter fallen. Endlich misst man ed nach dem veriüngten Maasstabe und addiret dazu die Höhe des Instrumentes, damit man die Winkel gemessen, oder nimmt in acht, was §. 186. erinnert worden: so kommt die verlangte Höhe EC heraus. Der Beweis ist wie in der vorhergehenden Aufgabe.

Die LIX. Aufgabe.

188. Eine iede geradelinichte Figur, in die man kommen kan, in Grund zu legen.

Auflösung.

Tab. VII. fig. 84. Man misst den ganzen Umfang der Figur; ingleichen die Diagonal-Linien, die die Figur in Triangel zertheilen: so kan man nach dem veriüngten Maasstabe die Figur auf dem Papier aufzeichnen. §. 119.

Be-

Beweis.

AB ∽ ab
BD ∽ bd
AD ∽ ad

△ADB ∽ △adb §. 32. et 54.

* *
*

AD ∽ ad
AC ∽ ac
CD ∽ cd

△ACD ∽ △acd
△ADB ∽ △adb

△ACD + △ADB ∽ △acd + △adb
Ergo fig. ABDCA ∽ fig. abdca.

Siue

AB ∽ ab
BD ∽ bd
AD ∽ ad
CD ∽ cd
AC ∽ ac

---

fig. ACDBA ∽ fig. acdba §. 32. et 119

Anderst.

Man erwehlet sich innerhalb der Figur einen Punct F; und sezet dahin das Mes-Tischlein. Aus F visiret man gegen die *Tab. VII. fig. 85.*

Stäbe, welche man in die Ecken der Figur A, B, C, D gestecket und ziehet die Linien Fa, Fb, Fc, Fd, und macht sie so gros nach dem verjüngten Maasstabe, wie die Linien FA, FB, FC, FD, die man gemessen. Endlich ziehet man die Linien ab, bc, cd, da; so schlieset sich die verlangte Figur.

Beweis.

$$Fa \backsim FA$$
$$Fb \backsim FB$$
$$\angle aFb = \angle AFB$$
§. 166

$$Fb:ba = FB:BA$$
$$Fb:FB = ba:BA$$
$$FB \backsim FB \text{ ex constr.}$$

$$ba \backsim BA$$

* * *

$$Fb \backsim FB$$
$$Fc \backsim FC$$
$$\angle bFc = \angle BFC$$
§. 166

$$Fb:bc = FB:BC$$
$$Fb:FB = bc:BC$$
$$Fb \backsim FB \text{ ex constr.}$$

$$bc \backsim BC$$

* * *

$$Fc \backsim FC$$
$$Fd \backsim FD$$
$$\angle dFC = \angle DFC$$

§. 166.

$$Fc : cd = FC : CD$$
$$Fc : FC = cd : CD$$
$$Fc \backsim FC \text{ ex conſtr.}$$

$$cd \backsim CD$$

* * *

$$Fa \backsim FA$$
$$Fd \backsim FD$$
$$\angle aFd = \angle AFD$$

§. 166.

$$Fd : da = FD : DA$$
$$Fd : FD = da : DA$$
$$Fd \backsim FD \text{ ex conſtr.}$$

$$da \backsim DA$$

* * *

$$Fb \backsim FB$$
$$Fa \backsim FA$$
$$ab \backsim AB$$
$$Fc \backsim FC$$
$$Fd \backsim FD$$
$$dc \backsim DC$$
$$da \backsim DA$$

Fig. abcda $\backsim$ Fig. ABCDA §. 2.

Anderst.

Man misst aus F alle Winkel AFB, BFC, CFD, DFA ingleichen die Linien AF, FB, FC, FD. Diese Winkel und Linien trägt man klein aufs Papier und ziehet alsdenn die Linien ab, bc, cd, da: so wird die verlangte Figur geschlossen. Der Beweis ist eben wie der vorige.

Die LX. Aufgabe.

189. Eine Figur in Grund zu legen, die man aus zweyen Oertern ganz übersehen kan.

Auflösung.

Tab. VII. fig. 86. Man sezt das Tischlein in A und visirt nach allen Ecken der Figur B, C, D, E, und ziehet gegen dieselben Linien aus dem Puncte A. Man misst die Stand-Linie AB und trägt sie nach dem verjüngten Maas-Stabe auf das Tischlein aus A in b. Man trägt ferner das Tischlein aus A in B und richtet es dergestalt, daß der Punct b in B komme und man durch die Dioptern des an die Linie B a angelegten Lineals den in A eingesteckten Stab sehen könne. Alsdenn visiret man nach allen übrigen Ecken der Figur und ziehet gegen dieselbe Linien aus B, welche die vorigen in e, d, c, durchschneiden. Endlich zie-

het

het man die Linien ed, dc, cB, so hat man die Figur in Grund geleget. Der Beweis ist fast eben, wie in der 56. Aufgabe.

Anderst.

Man misst aus A die Winkel EAD, DAC, CAB ingleichen die Linie AB; wie nicht weniger aus B die Winkel CBD, DBE, EBA. Man ziehet auf dem Papier eine Linie aB und trägt von dem verjüngten Maasstabe die Gröse der Linie AB darauf. Hernach trägt man die Winkel EAD, DAC, CAB, in ead, dac, caB; hingegen die Winkel CBD, DBE, EBA in cBd, dBe, eBa. Endlich zieht man die Puncte a, e, d, c, B mit graden Linien zusammen; so hat man die verlangte Figur in Grund geleget. Der Beweis ist abermals wie in der 56. Aufgabe.

Die LXI. Aufgabe.

190. Eine Figur in Grund legen, die man ganz umgehen kan.

Auflösung.

Man sezt das Mes-Tischlein in A und visiret nach den Stäben in B und C, damit man den Winkel BAC bekomme. Misst man die Linien AB und AC und trägt Tab. VII. fig. 27.

trägt sie nach dem verjüngten Maasstabe aus A in b und c.

Ferner geht man mit dem Tischlein in C und sezet den Punct c in C, visirt wieder zuruck in A, ingleichen von dem neuen Puncte C in D, damit ihr den Winkel DCA auf das Tischlein bekommet. Man misst weiters die Linie CD und trägt sie auf das Tischlein aus c in d. Wenn man die ganze Figur dergestalt umgehet, so wird man sie in Grund geleget haben. Die Linien BA und EB und der Winkel B dörfen nicht gemessen werden; denn sie determiniren sich selbsten schon durch ihre Durchschnitte.

Beweis.

$$AC \backsim ac$$
$$CD \backsim cd$$
$$DE \backsim de$$
$$\angle A = \angle a$$
$$\angle C = \angle c$$
$$\angle D = \angle d$$
$$\angle E = \angle e$$

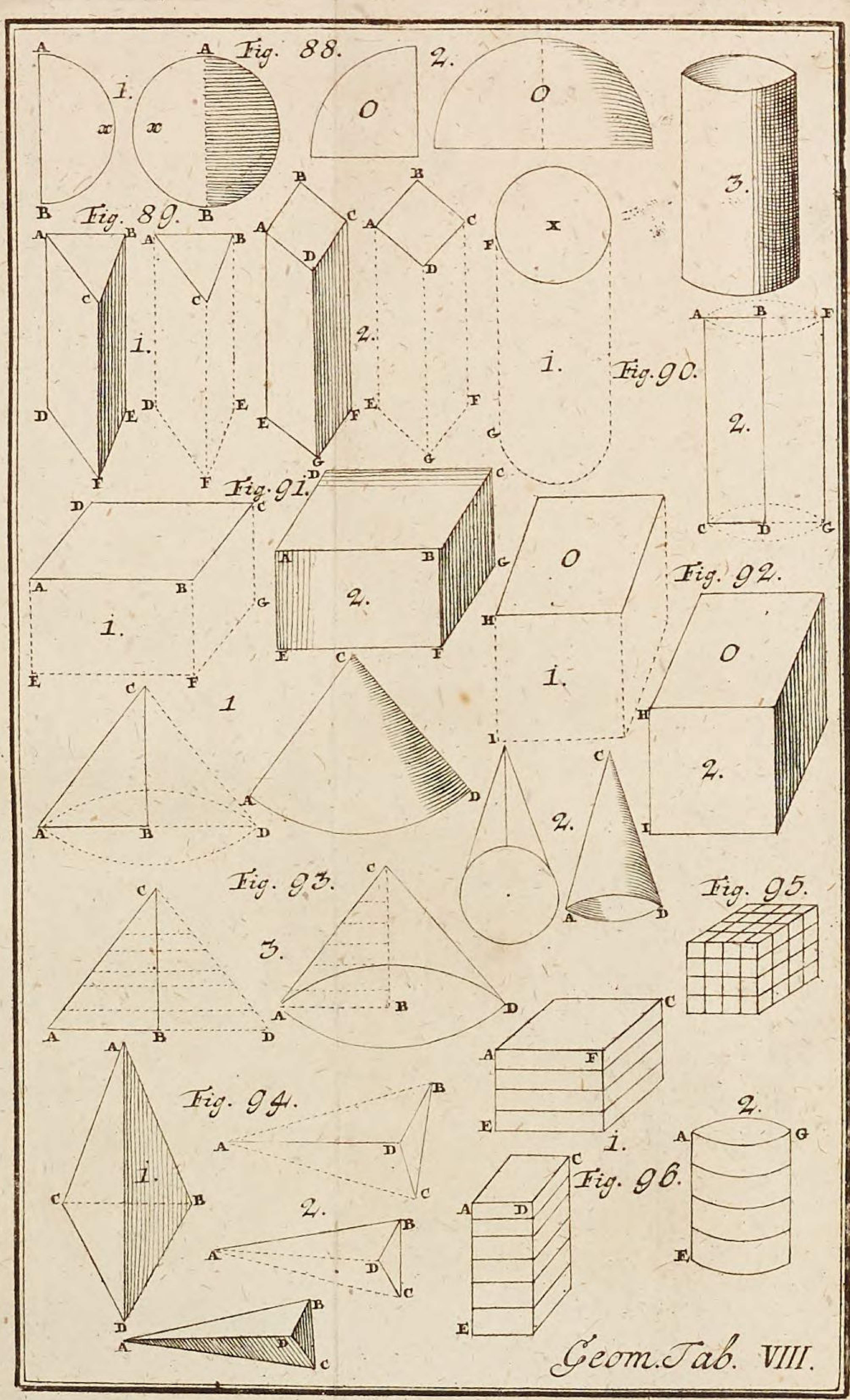
§. 158.

Fig. ACDEBA $\backsim$ Fig. acdeba

Anderst.

Man kan auch eine Figur in Grund legen, wenn man alle Seiten der Figur und

3. Win=



Geom. Tab. VIII.

3. Winkel weniger als Seiten sind, misset §. 120.

Die LXII. Aufgabe.

191. Ein iedes Feld oder einen ieden andern Plaz auszurechnen.

Auflösung.

Zu erst legt man es in Grund nach den vorhergehenden Aufgaben. Darnach rechnet man die Figur aus nach der 35. Aufgabe.

16. Erklärung.

192. Wenn ein halber Circul X sich um seinen Diameter AB herum beweget, so beschreibet er eine Kugel. Bewegt sich aber ein Quadrant um seinen Radium, so beschreibet er eine halbe Kugel.

Anmerkung.

193. Man kan es probiren, wenn man eine Kugel mitten von einander schneidet, wo man will und so oft man will; ferner auch die halbe Kugel wieder in die Helfte theilet: so wird man überall eine Fläche finden, die ein halber Circul ist. Oder man kan sich eine Kugel machen lassen und über dieselbe einen halben Bogen verfertigen: wenn ich nun den halben Bogen über die Kugel bewege, so werde finden, daß er die Kugel-Fläche überall berühre. *Tab. VIII. fig. 88. n. 1, 2*

Zu-

Zusaz.

194. Weil die Kugel von einem halben Circul beschrieben wird und in einem Circul alle Puncte der Peripherie gleich weit von ihren Centro abstehen §. 6: so sind alle Puncte in der Kugel-Fläche von dem Mittel-Puncte gleich weit entfernet.

17. Erklärung.

Tab. VIII. fig. 89. n. 1. 2. 195. Wenn eine geradlinichte Figur ABC oder ABCD sich an einer geraden Linie AD oder AE dergestalt herunter beweget, daß sie sich immer parallel bleibet: so beschreibet sie ein Prisma. Z. E. ABC DFE oder ABCDEGF.

Der I. Zusaz.

197. Weil einerley Fläche sich herunter beweget, so mus die obere und untere Grund-Fläche einander gleich seyn. Ferner, weil eine gerade Linie, wenn sie sich herunter beweget, ein Viereck macht: so wird der Cörper mit so vielen Vierecken um und um eingeschlossen, als die Fläche Seiten hat. Z. E. in ABCDFE mit 3. Vierecken und in ABCDEGF mit vier.

II. Zusaz.

198. Weil einerley Fläche sich parallel herunter beweget, so müssen auch alle

Durch-

Durchschnitte, die mit ihren Grund-Flächen parallel geschehen, einander gleich seyn.

18. Erklärung.

198. Bewegt sich aber ein Circul X an einer graden Linie FG gleichergestalt herunter oder ein Rectangulum ABCD und Quadrat um seine Höhe BD: so wird ein Cylinder oder eine Walze beschrieben. Tab. VIII. fig. 90. n. 1. 2. 3.

Zusaz.

197. Wenn sich der Circul an der geraden Linie FG herunter beweget, so macht er zwey gleiche Grund-Flächen und der Cylinder selbst ist mit einer Circul-Flächen eingeschlossen; so sind auch die Durchschnitte, die parallel geschehen, einander gleich. Bey der andern Zeugung des Cylinders sehe ich, daß die Grund-Flächen einander gleich sind; weil sie von einerley Radio gemachet worden. Uberdies weil ich mit AB gleiche Parallel-Linien ziehen kan, so sind auch die Parallelen-Durchschnitte einander gleich und ferner, weil AC in einer Weite nemlich AB = CD um eine feste Linie BD beweget wird, so macht es auch eine Circul-Fläche.

Die 19. Erklärung.

200. Wenn sich ein Rectangulum AB CD an einer Linie AE auf gleiche Art herunter Tab. VIII. fig. 91.

unter beweget, so bekommet man ein Parallelepipedum.

Zusaz.

201. Das Rectangulum ABCD beweget sich parallel an der Linie AE herunter und macht ein Parallelepipedum: davon die Grund-Flächen einander gleich und um und um mit vier Rectangulis eingeschlossen sind, von welchen die gegenüberstehende ein ander gleich sind: ferner sind auch alle Durchschnitte, die mit der Grund-Fläche parallel geschehen, einander gleich.

Anmerkung.

202. Der Unterscheid zwischen einem Prismate und Parallepipedo ist noch nicht genugsam determinirt; es müste denn seyn, daß ich das kein Prisma nennen dürfte; wenn sich ein Rectangulum parallel herunter beweget und also die Erklärung eines Prismatis mehr einschrenkte und sagte, daß ein Prisma entstehe aus einer ieden Figur, sie möge sonsten heisen, wie sie wolle; wenn es nur kein Rectangulum oder Quadrat seye, das sich parallel herunter beweget. Oder ich determinire die Erklärung des Parallepipedi und sage, daß es entstehe, wenn ein Rectangulum sich so weit parallel herunter lasse, als es breit ist.

Die 20. Erklärung.

203. Wenn sich ein Quadrat an einer Linie HI, die seiner Seite gleich ist, herunter beweget, so zeuget es einen Cubum oder Würfel. Tab. VIII. fig 92.

Zusaz.

204. Dahero ist ein Würfel in sechs gleiche Quadrat eingeschlossen und alle Durchschnitte, die parallel geschehen, sind einander gleich.

Die 21. Erklärung.

205. Wenn sich ein rechtwinklichter Triangel ABC um seine Seite BC herum beweget, so beschreibet er einen Conum oder Kegel. Oder die Linie AC beweget sich um den unbeweglichen Circul AD in ihrem festen Puncte C, der auf das Mittel-Punct des Circuls AD perpendiculariter fallen mus. Tab. VIII. fig. 93. n. 1. 2

Zusaz.

206. Weil die Linie AB gegen C immer kleiner wird und doch AB einen Circul in dem Kegel beschreibet: so müssen alle Durchschnitte, die im Kegel mit der Grund-Fläche parallel geschehen, Circul, aber immer kleiner seyn, ie näher sie der Spize C zu kommen.

Die 22. Erklärung.

Tab. VIII. fig. 94. n. 1. 2.

207. Wenn eine gerade Linie AD sich in einen festen Punct A verschieben lässet und um die ganze Peripherie einer geradlinichten Figur DCB mit dem andern Ende C beweget, so entstehet eine Pyramide.

Zusaz.

208. Eine Pyramide hat zur Grund-Fläche eine geradlinichte Figur und ist um und um in so viele Triangel, als die Grund-Fläche Seiten hat, eingeschlossen, welche oben in einem Puncte A mit ihren Spizen zusammen stossen.

Die 23. Erklärung.

209. Wenn ein Cörper in lauter gleiche reguläre Figuren von einerley Art eingeschlossen ist, nennet man ihn regulär oder ordentlich; die übrigen werden irreguläre oder unordentliche genennet.

Die 24. Erklärung.

210. Ausser dem Würfel sind noch vier andere reguläre Cörper, als das Tetraedrum, welches aus vier gleichseitigen Triangeln zusammen gesezet wird, das Octaedrum, so aus achten zusammen gesezet, das Icosaedrum, welches zwanzig

einschliesen, und das Dodecaedrum, welches von zwölf regulären Fünf-Ecken eingeschlossen wird.

Die LXIII. Aufgabe.

211. Den cörperlichen Inhalt eines Cubi oder Würfels und seine Fläche zu finden.

Auflösung.

Der Maasstab des cörperlichen Inhalts ist eine Cubic-Ruthe, das ist, ein Würfel, der eine Ruthe dick und eine Ruthe breit ist. Diese Cubic-Ruthe wird eingetheilet in Cubic-Schuhe, in Cubic-Zolle u. s. w. Jene sind Würfel, die zur Seiten einen Schuh; diese aber sind Würfel, die zur Seiten einen Zoll haben. Wenn man nun den cörperlichen Inhalt eines Würfels wissen will: so misst man die Länge des Würfels und multipliciret sie mit der Breite, so hat man seine Grund-Fläche §. 122. Diese multipliciret man weiter durch seine Tiefe, so kommt der Inhalt des Würfels heraus. Oder man multipliciret die Seite mit sich selbst; so bekommt man das Quadrat und dieses multipliciret man noch einmal mit der Seite, so bekommt man den Cubum. Hingegen wenn man die Grund-Fläche mit 6. multipliciret: so bekommt

Tab. VIII. fig. 95.

man die Fläche des ganzen Würfels, die aber nur aus einem Quadrat-Maas bestehet; wie der cörperliche Inhalt aus einem Cubic-Maase.

Z. E.

Tab. VIII. fig. 95.

4′	Länge
4	Breite
16	Grund-Fläche oder Quadrat
4	Tiefe
64′	cörperlicher Inhalt nach Cubic-Schuhen

* * *

4′	Länge
4	Breite
16	Grund-Fläche
6	
96′	Fläche des ganzen Würfels nach Quadrat-Schuhen.

Beweis.

Wie eine Quadrat-Ruthe eine Ruthe in die Länge und Breite hat; also hat eine Cubic-Ruthe eine Ruthe in die Länge, Breite und Dicke und so ist auch ein Cubic-Schuh, ein Cubic-Zoll u. s. w. Wenn ich nun die Grund-Fläche eines Wür-

Würfels nach seiner Länge und Breite messe; so bekomme ich den Inhalt derselben. Also auch, wenn ich die Länge, Breite und Dicke messe: so bekomme ich den cörperlichen Inhalt des Würfels. Denn es sind in demselben so viele Schichten kleiner Würfel enthalten, als die Höhe Theile hat und in einer ieden Schichte so viele Lagen, als die Breite Theile hat und in ieder Lage so viele einzele Würfel als die Länge Theile hat. Und also kan ich die Länge mit der Breite multipliciren: so bekomm ich die Fläche und denn hernach die Fläche mit der Höhe oder Tiefe multipliciren, so bekomme ich den cörperlichen Inhalt des Würfels. Will ich aber die Fläche des ganzen Würfels haben, so darf ich den Inhalt der Grund-Fläche sechsmal nehmen. Denn da ein Cubus in sechs gleiche Quadrata eingeschlossen ist, so darf ich nur den Inhalt eines solchen Quadraten mit sechs multipliciren.

Zusaz.

212. Wenn die Seite des Würfels 10 ist, so ist der cörperliche Inhalt 1000. Derowegen, wenn die Seite eine Ruthe oder 10 Schuhe hält, so sind 1000. schuhige Würfel in dem grosen enthalten. Und demnach hat die Cubic-Ruthe 1000.

 Cu-

Cubic-Schuhe, der Cubic-Schuh 1000 Cubic-Zolle, der Cubic-Zoll 1000 Cubic-Linien.

Anmerkung.

213. Wie man bey dem Quadrat-Maase 2. Zahlen abgeschnitten §. 124: so werden hier in dem Cubic-Maase drey Zahlen abgeschnitten, weil eine Ruthen 1000. Schuhe hat u. s. w.

Der XXVIII. Lehrsaz.

214. Alle Parallelepipeda, Prismata und Cylindri, welche gleiche Grund-Flächen und Höhen haben, sind einander gleich.

Beweis.

Tab. VIII. fig. 96. n. 1. 2.

Sit prisma = AFCE
Sit parallelepipedum = ADCE
Sit cylindrus = AGE

* * *

AFE, ADE, AGE gignuntur
ex superficie AF, AD, AG ad rectam
et parallelam lineam descendente
Jam uero
ubi sectiones fiunt cum superficiebus
parallelae
§. 195. 197. 199.

omnes

omnes illae ſectiones inter ſe ſunt aequales

Sed quum
una horum corporum eademque altitudo eſt

Non poſſunt plures, ut ut minutiſſimae, ſectiones fieri in hoc quam illo corpore.

Quum porro
una eſt ipſorum ſuperficies

Corpora illa inter ſe ſunt aequalia.

Per Syllogismos.

AFE, ADE, AGE gignuntur
ex ſuperficie AF, AD, AG ad
rectam et parallelam lineam
deſcendente.

I AFE, ADE, AGE ſind Cörper, deren Flächen ſich parallel herunter bewegen.

In Cörpern, deren Flächen parallel ſich herunter bewegen, ſind alle Durchſchnitte, die parallel geſchehen, einander gleich.

E. In Cörpern AFE, ADE, AGE ſind alle Durchſchnitte, die parallel geſchehen, einander gleich.

omnes ſectiones inter ſe ſunt aequales.

* * *

AFE, ADE, AGE sunt eadem altitudine

II AFE, ADE, AGE haben einerley Höhe.

Bey Cörpern, die einerley Höhe haben, können in dem einen nicht mehr Durchschnitte geschehen, als in dem andern.

E. Bey AFE, ADE, AGE können in einem nicht mehr Durchschnitte geschehen, als in dem andern.

Non possunt plures, ut ut minutissimae, sectiones fieri in hoc quam illo corpore.

Ergo

omnes sectiones sunt aequales *ui Syll I.*

quum porro

superficies est aequalis

III AFE, ADE, AGE haben einerley Flächen, gleiche und gleich viele Durchschnitte.

Cörper, die einerley Flächen, gleiche und gleichviele Durchschnitte haben, haben einerley Inhalt.

E. AFE, ADE, AGE haben einerley Inhalt.

AFE, ADE, AGE sunt inter se aequalia.

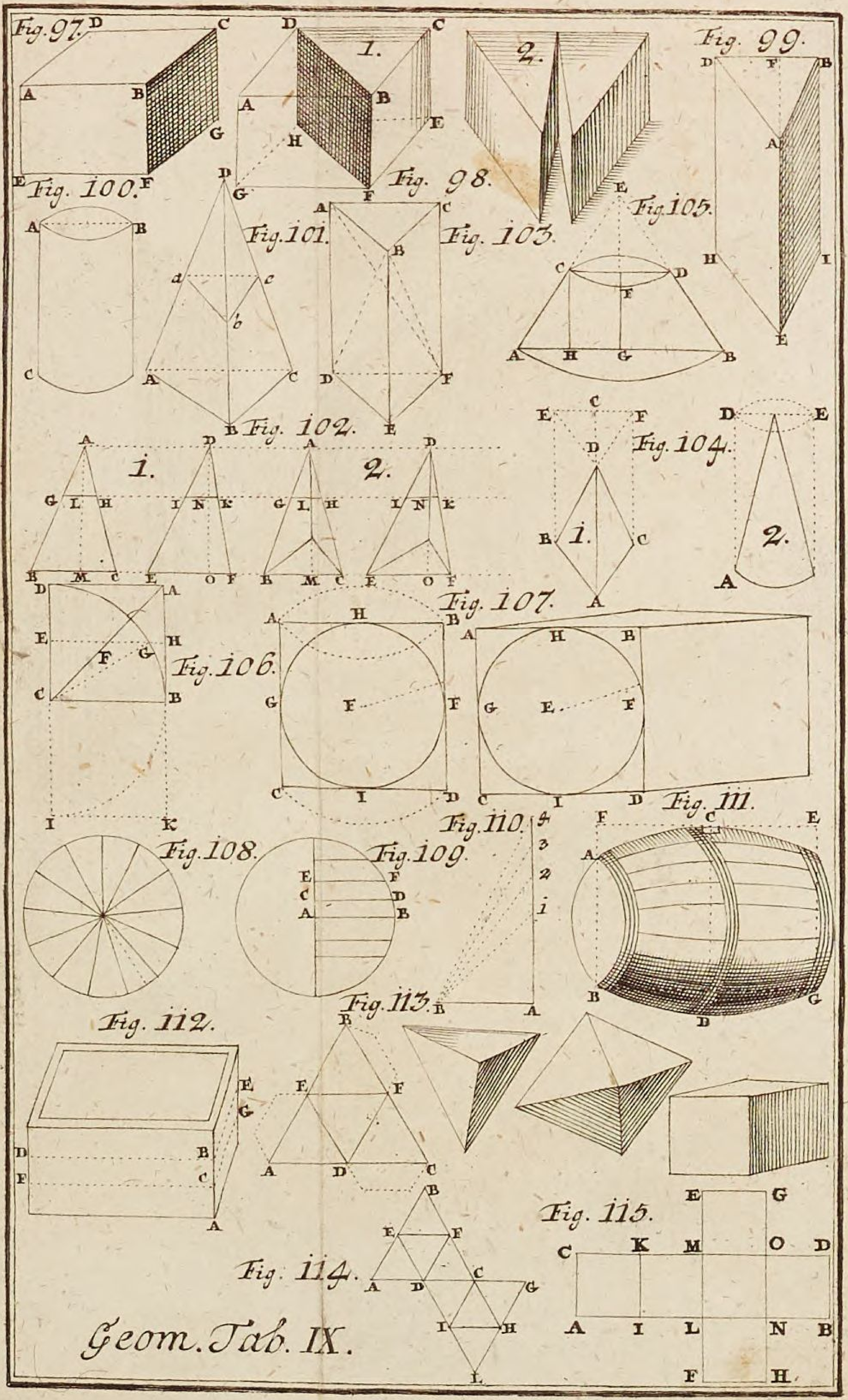


Fig. 97.
Fig. 98.
Fig. 99.
Fig. 100.
Fig. 101.
Fig. 102.
Fig. 103.
Fig. 104.
Fig. 105.
Fig. 106.
Fig. 107.
Fig. 108.
Fig. 109.
Fig. 110.
Fig. 111.
Fig. 112.
Fig. 113.
Fig. 114.
Fig. 115.

Geom. Tab. IX.

Die LXIV. Aufgabe.

215. Den Inhalt eines Parallelepipedi und seine Fläche zu finden.

Man multipliciret die Länge AB durch die Breite BC; so hat man die Grund-Fläche ABCD. Diese multipliciret ferner durch die Höhe BF, so bekommt man den verlangten Inhalt heraus. Z. E. *Tab. IX. fig. 97.*

Die Breite BC = 36′
Die Länge AB = 45

180
144

16,20′ Grund-Fläche
12 = AE Höhe

3240
1620

19,440′ cörperl. Inhalt

Für die Fläche.

Weil die gegenüberstehende Vierecke einander gleich sind, so darf ich nur die drey verschiedene Vierecke nehmen und mit 2. multipliciren; wenn ich die Fläche verlange.

Z. E.

AD = 36'
AB = 45

180
144

16,20 ADBC

AD = BC = 36'
BF = AE = 12

72
36

---

432 FBCG

AB = 45'
AE = 12

90
45

---

540 AEFB

ADBC = 1620
AEFB = 540
FBCG = 432

2592
2

5184 die ganze Fläche des Parallepip.

Oder

Oder

Ich nehme den Umfang der einen Grund-Fläche und multiplicire ihn mit der Höhe, so bekomme ich die Seiten-Flächen; addire die zwey Grund-Flächen darzu, so hab ich die ganze Fläche des Parallelepipedi Z. E.

AD + AB + BC + CD
36 + 45 + 36 + 45

162 = perim. ADBC
12 = AE

324
162

1944 Seiten-Flächen
* * *

AB = 45
AD = 36

270
135

1620 Grund-Fläche
2

3240 (2 Grund-Flächen
1944 Seiten-Flächen

5184 die ganze Fläche des Parallelepipedi.

Der

Der Beweis ist eben, wie in der vorhergehenden Aufgabe.

Der XXVIIII. Lehrsaz..

216. Ein iedes Parallelepipedum wird durch die Diagonal-Fläche DBFH in zwey gleiche Prismata getheilet.

Beweis.

Tab. IX. fig. 98. n. 1, 2.

ADBC = parallelogrammo
DB = diagonalis

ADBC diuid. in duas part. aequal §. 111
△ ADB = △ DBC

* * *

AG = DH = BF = CE
△ ADB = △ DBC
h. e.
Prism. ADBGHF et Prism. DBFECH
eiusdem altitud.
et
eiusdem superf.
§. 214.

Prisma ADBFGH = Prism. DBFECH
Parallelepiped. ADCBGHFE diuid.
in duas partes aequales.

Per Syllogismos
ADBC = parallelogrammo
DB = diagonalis

I ADBC ist ein Parallelogrammum.

Ein iedes Parallelogrammum wird von der Diagonal-Linie in zwey gleiche Theile getheilet.

E. ADBC wird durch die Diagonal-Linie in zwey gleiche Theile getheilet.

$\triangle ADB = \triangle DBC$

*

* *

$\triangle ADB = \triangle DBC =$ superf.

$AG = DH = BF = CE =$ alt.

II. ADBGHF und DBCHFE sind Prismata, die einerley Fläche und Höhe haben.

Prismata, die einerley Fläche und Höhe haben, sind einander gleich.

E. ADBGHF und DBCHFE sind einander gleich.

$ADBGHF = DBCHFE$

Parallelepipedum in duas partes aequales diuiditur.

Die LXV. Aufgabe.

217. Den Inhalt eines ieden Prismatis und seine Fläche zu finden.

Auflösung.

Man sucht die Grund-Fläche des Prismatis und multipliciret selbige durch die Höhe; so kommt der verlangte Inhalt heraus. *Tab. IX. fig. 99.*

Für

Für die Fläche.

Man multipliciret den Umfang der ganzen Grundfläche durch die Höhe, so kommen die Seiten-Flächen heraus; addirt man die Grundflächen noch dazu, so hat man die ganze Fläche Z. E.

$DB = 8'$
$\frac{1}{2} AF = 3$

$ABD = 24$ I.
$DH = AE = BI = 15$

120
24

360 Inhalt des Prismatis.

Für die Fläche.

$BD = 8'$
$AB = 5$
$AD = 5$

$BD + AB + AD = 18 =$ Umfang
$AE = 15$

90
18

270
48 ui I. beede Grundfl.

318 ganze Fläche.

Be-

Beweis.

Von dreyeckigten Prismatibus.

Parallelep. = 2 Prismata triang.

§. 216.

Sol. Prism triang. = $\frac{1}{2}$ Sol. parallelep.

$\frac{1}{2}$ Sol. parallel. = (parallelep. sup. cum alt.) : 2

Sol. Prism. triang. = (parallel. sup. cum alt) : 2

(parallelep. sup. cum alt) : 2 = ($\frac{1}{2}$ sup. cum alt. parall.)

Sol. Prism. triang. = ($\frac{1}{2}$ sup. cum alt. parall.)

$\frac{1}{2}$ superf. parall. = superf. Prism. triang.

§. 128.

Sol. Prism. triang. = Prism. triang. superf. cum alt.

Da sich alle Prismata in dreyeckigte zertheilen lassen: so gilt es auch von ihnen, was von den dreyeckigten ist erwiesen worden.

Die LXVI. Aufgabe.

218. Aus der gegebnen Höhe eines Cylinders und dem Diametro desselben seinen Inhalt und seine Fläche zu finden.

Auflösung.

Tab. IX. fig. 100.

Man sucht die Grund-Fläche des Cylinders §. 143. und multipliciret selbige durch seine Höhe; so hat man den verlangten Inhalt.

Für die Fläche.

Wenn man die Peripherie durch die Höhe multipliciret, so kommt die Seiten-Fläche heraus; addirt man die beeden Grund-Flächen darzu, so ist die Summe die verlangte Fläche des Cylinders.

Z. E.

AB = 16'

AC = 24

100 — 314 — 16

16

1884

314

100 | 5024'

5024''' Peripherie

400 = $\frac{1}{2}$ rad. = $\frac{1}{4}$ AB

2,00,96,00''' Inhalt der Grund-Fläche I.

2400 = AC

803840000

4019200

4,823,040,000''' Cörperlicher Inhalt des Cylinders.

Für

Für die Fläche.

```
100 — 314 — 16′ = AB
        16
------------------------
       1884
       314
------------------------
100|5024′
------------------
      5024‴ Peripherie
      2400 = AC
------------------------
    2009600
   10048
------------------------
    12057600 Seiten-Fläche
    4019200  Inhalt der beeden
             Grund-Flächen ui I.
------------------------
    16,07,68,00‴ die ganze Fläche
```

Beweis.

Circulus habetur polygonum regulare, sed infinitis lateribus constans §. 135.

Quum

cylindrus habeat circulum basin et lineam pro altitud. parallele descendentem.

Cylindrus dici meretur prisma infinitorum laterum.

Quum uero
prismatis soliditas ex basi et altitudine
prodeat.

Cylindri quoque soliditas ex basi et altitudine prodibit.

Neque minus
ut in prismate, superficies ex peripheria
basis cum altitudine multiplicata
et additis duabus basibus prodibit.

XXX. Lehrsaz.

219. Wenn eine Pyramide dergestalt durchschnitten wird, daß der Durchschnitt mit der Grundfläche parallel ist: so ist auch die Figur des Durchschnittes der Figur der Grundfläche ähnlich.

Demonstratio.

Tab. XI. fig. 101. △DAB = lat. pyram.
ab et AB = parall.

Da : DA = ab : AB §. 161. I.
Db : DB = ba : BA II.

* **

△ADC = lat. pyram.
ac et AC = parallel.

Da : DA = ac : AC §. 161.
Da : DA = ab : AB ui I.

---

ac : AC = ab : AB III.

△ DB

* * *

$\triangle DBC$ = lat. pyram.
bc et BC = parall.

Db : DB = bc : BC
Db : DB = ba : BA ui II.

---

bc : BC = ba : BA
ac : AC = ab : AB ui III.

$\triangle acb \backsim \triangle ACB$ §. 160. n. II.

Vel

ob

ac et AC = parall.

$\angle a = \angle A$ §. 73. I.

ob

bc et BC = parall.

$\angle c = \angle C$ §. 73.
$\angle a = \angle A$ ui I.

$\triangle acb \backsim \triangle ACB$ §. 158. et 160.

Per Syllogismos.

$\triangle DAB$ = lat. pyram.
ab et AB = lat. parall.

1 In Triangel DAB ist die Linie ab mit Basi AB parallel gezogen.
Wenn in einem Triangel eine Linie mit der Basi parallel gezogen wird:

so verhält sich der obere Theil des einen Schenkels zu demselben ganzen Schenkel, wie die Parallel-Linie zu der Grund-Linie.

E. In Triangel DAB verhält sich der obere Theil des einen Schenkels zu demselben ganzen Schenkel, wie die Parallel-Linie zu der Grund-Linie.

Da : DA = ab : AB

II Und so auch mit dem andern Schenkel.

Db : DB = ba : BA

* * *

△DAC = lat. pyram.

ac et AC = parall.

III In Triangel DAC ist die Linie ac mit der Basi AC parallel gezogen.

Wenn in einem Triangel eine Linie mit der Basi parallel gezogen wird: so verhält sich der obere Theil des einen Schenkels zu demselben ganzen Schenkel, wie die Parallel-Linie zu der Grund-Linie.

E. In Triangel DAC verhält sich der obere Theil des einen Schenkels zu demselben ganzen Schenkel, wie die Parallel-Linie zu der Grund-Linie.

Da : DA = ac : AC

Da : DA = ab : AB *Syllog. I.*

Hier

IV Hier sind zwey Verhältnisse einer dritten gleich.

Wenn 2. Verhältnisse einer dritten gleich sind, so sind sie einander selber gleich.

E. Hier sind zwey Verhältnisse einander selber gleich.

ac : AC = ab : AB

∴

△ DBC = lat. pyram.

bc et BC = parall.

V In △DBC ist die Linie bc mit der Basi BC parallel gezogen.

Wenn in einem Triangel eine Linie mit der Basi parallel gezogen wird: so verhält sich der obere Theil des einen Schenkels zu demselben ganzen Schenkel, wie die Parallel-Linie zu der Grund-Linie.

E. In △DBC verhält sich der obere Theil des einen Schenkels zu demselben ganzen Schenkel, wie die Parallel-Linie zu der Grund-Linie.

Db : DB = bc : BC

Db : DB = ba : BA *Syllog. II.*

VI Hier sind 2. Verhältnisse einer dritten gleich.

Wenn 2. Verhältnisse einer dritten gleich sind, so sind sie einander selber gleich.

E. Sind hier 2. Verhältnisse einander selber gleich.

$bc : BC = ba : BA$

$ac : AC = ab : AB$ *Syll. IV.*

VII In Triangeln acb und ACB sind die Seiten proportionirt.

Wenn in einem Triangel die Seiten proportionirt sind, so sind die Triangel einander ähnlich.

E. Die Triangel acb und ACB sind einander ähnlich.

Oder

ac et AC = parall.

I Bey AC und ac sind Parallel-Linien.

Wo Parallel-Linien sind, da sind der innere und äusere Winkel einander gleich.

E. Bey AC und ac sind der innere und äusere Winkel einander gleich.

$\angle a = \angle A$

* * *

bc et BC = parall.

II Bey bc und BC sind Parallel-Linien.

Wo Parallel-Linien sind, da sind der innere und äusere Winkel einander gleich.

E. Bey bc und BC sind der innere und äusere Winkel einander gleich.

$\angle c = \angle C$

$\angle a = \angle A$ *syll.* I.

III In △△ a b c und ABC sind die gleichnahmigen Winkel a und A einander gleich.

Wenn 2. gleichnahmige Winkel in △△ einander gleich sind, so sind die △△ einander ähnlich.

E. Die △△ a b c und ABC sind einander ähnlich.

△ acb ∽ △ ACB

Gleiche Bewandnis hat es auch mit den übrigen Durchschnitten, die so geschehen.

Der XXXI. Lehrsaz.

220. Pyramiden und Kegel, die gleiche Grund-Flächen und Höhen haben, sind einander gleich.

Beweis.

GH et BC = parall. *Tab.* IX. *fig.* 102.

AG : GH = AB : BC §. 161.

AG : AB = GH : BC I.

et

AG : AL = AB : AM

AG : AB = AL : AM II.

* * *

I K et EF = parall.

DI : IK = DE : EF §. 161.
DI : DE = IK : EF III.
et
DI : DN = DE : DO
DI : DE = DN : DO
* * *
DI : DE = DN : DO
DN = AL ex conſtr. eiusd. alt.
DO = AM ex conſtr. eiusd. alt.

DI : DE = AL : AM
*
* *
DI : DE = AL : AM
AG : AB = AL : AM ui II.

DI : DE = AG : AB
GH : BC = AG : AB ui I.

GH : BC = DI : DE
IK : EF = DI : DE ui III.

GH : BC = IK : EF
GH : IK = BC : EF
BC = EF ex conſtr.

GH = IK

Sicque etiam in caeteris ſuperficiebus pyramidum

Ergo.

Pyramides eiusdem baſis et altitudinis habent ſectiones laterum aequales

et

et ob

similitudinem basium cum sectionibus ipsorum corporum et $\angle\angle$ cognominum aequalitatem.

Sectiones corporum eorum sunt inter se aequales.

et ob

eandem altitudinem

---

non possunt in una pyramide plures fieri sectiones, quam in altera

Ergo

Totae pyramides sunt inter se aequales.

* * *

Eadem ratio est conorum, qui pro pyramidibus infinitorum laterum habentur.

Per Syllogismos.

GH et BC = parallel.

1 In Triangel ABC wird die Linie GH mit der Basi parallel gezogen.

Wenn in einem Triangel eine Linie mit der Basi parallel gezogen wird: so verhält sich der obere Theil des einen Schenkels zu der Parallel-Linie, wie der ganze Schenkel zu der Basi.

E. In Triangel ABC verhält sich der obere Theil des einen Schenkels zu

der Parallel-Linie, wie der ganze Schenkel zu der Basi.

AG:GH = AB: BC

II Hier ist eine Geometrische Proportion.

In einer Geometrischen Proportion verhält sich das erste zum dritten, wie das andere zum vierten.

E. Verhält sich hier das erste zum dritten, wie das andere zum vierten.

AG:AB = GH:BC

* * *

GH et BC = parall.

III In Triangel ABM wird eine Linie GL mit der Basi BM parallel gezogen.

Wenn in einem Triangel eine Linie mit der Basi parallel gezogen wird: so verhält sich der obere Theil des einen Schenkels zu dem obern Theil des andern Schenkels, wie der eine ganze Schenkel zu dem andern ganzen Schenkel.

E. In Triangel ABM verhält sich der obere Theil des einen Schenkels zu dem obern Theil des andern Schenkels, wie der eine ganze Schenkel zu dem andern ganzen Schenkel.

AG:AL = AB:AM

* * *

AG : AL = AB : AM

IV Hier ist eine Geometrische Proportion.

In einer Geometrischen Proportion verhält sich das erste zum dritten, wie das andere zum vierten.

E. Hier verhält sich das erste zum dritten, wie das andere zum vierten.

AG : AB = AL : AM.

* * *

IK et EF = parall.

V In Triangel DIK wird eine Linie IK mit der Basi EF parallel gezogen.

Wenn in einem Triangel eine Linie mit der Basi parallel gezogen wird: so verhält sich der obere Theil des einen Schenkels zu der Parallel-Linie, wie der ganze Schenkel zur Basi.

E. In Triangel DIK verhält sich der obere Theil des einen Schenkels zur Parallel-Linie, wie der ganze Schenkel zur Basi.

DI : IK = DE : EF

* * *

DI : IK = DE : EF

VI Hier ist eine Geometrische Proportion.

In einer Geometrischen Proportion verhält sich das erste zum dritten, wie das andere zum vierten.

E. Hier

E. Hier verhält sich das erste zum dritten, wie das andere zum vierten.

DI : DE = IK : EF

* * *

IK et EF = parall.

VII In Triangel DEO wird eine Linie IN mit der Basi EO parallel gezogen.

Wenn in einem Triangel eine Linie mit der Basi parallel gezogen wird; so verhält sich der obere Theil des einen Schenkels zu dem obern Theil des andern Schenkels, wie der eine ganze Schenkel zu dem andern ganzen Schenkel.

E. In Triangel DEO verhält sich der obere Theil des einen Schenkels zu dem obern Theil des andern Schenkels, wie der eine ganze Schenkel zu dem andern ganzen Schenkel.

DI : DN = DE : DO

* * *

DI : DN = DE : DO

VIII Hier ist eine Geometrische Proportion.

In einer Geometrischen Proportion verhält sich auch das erste zum dritten, wie das andere zum vierten.

E. Hier verhält sich auch das erste zum dritten, wie das andere zum vierten.

DI : DE = DN : DO

DI

* * *

DI : DE = DN : DO
DN = AL ex constr. parall.
DO = AM ex constr. parall.

IX DN ist gleich AL und DO gleich AM.
Gleiches kan für gleiches gesezet werden.

E. Kan für DN, AL und für DO, AM gesezet werden.

DI : DE = AL : AM
AG : AB = AL : AM *ui syll. IV.*

X DI : DE und AG : AB sind einer dritten gleich.

Wenn 2. Verhältnisse einer dritten gleich sind, so sind sie einander selber gleich.

E. DI : DE und AG : AB sind einander selber gleich.

DI : DE = AG : AB
GH : BC = AG : AB *ui syll. II.*

XI DI : DE und GH : BC sind einer dritten gleich.

Wenn 2. Verhältnisse einer dritten gleich sind, so sind sie einander selber gleich.

E. DI : DE und GH : BC sind einander selber gleich.

DI:DE = GH:BC

DI:DE = IK:EF *ui syll. VI.*

XII GH:BC und IK:EF sind einer dritten gleich.

Wenn 2. Verhältnisse einer dritten gleich sind, so sind sie einander selber gleich.

E. GH: BC und IK: EF sind einander selber gleich.

GH:BC = IK:EF

* * *

GH:BC = IK:EF

XIII Hier ist eine Geometrische Proportion.

In einer Geometrischen Proportion verhält sich auch das erste zum dritten, wie das andere zum vierten.

E. Hier verhält sich auch das erste zum dritten, wie das andere zum vierten.

GH:IK = BC:EF

BC = EF ex assumto

XIV In GH:IK = BC:EF ist das dritte Glied dem vierten gleich.

Wenn in einer Geometrischen Proportion das dritte Glied dem vierten gleich ist, so ist auch das erste dem andern gleich.

E. In

E. In GH : IK = BC : EF ist auch das erste dem andern gleich.

GH = IK

Gleiche Bewandnis hat es auch mit den übrigen Flächen der Pyramiden.

und mithin

Haben Pyramiden von einerley Basi und Höhe gleiche Durchschnitte der Seiten.

Ferner

Sind in den Pyramiden die cörperlichen Durchschnitte den Basen ähnlich und haben einerley gleichnahmige Winkel.

XV Hier sind nun Pyramiden, die gleiche Bases haben.

Pyramiden, die gleiche Bases haben, müssen auch wegen der Aehnlichkeit der Durchschnitte mit den Basen und der einerley gleichnahmigen Winkel, gleiche Durchschnitte haben.

E. Hier müssen auch die Pyramiden wegen der Aehnlichkeit der Durchschnitte mit den Basen und der einerley gleichnahmigen Winkel gleiche Durchschnitte haben.

So

So haben die Pyramiden hier gleiche Durchschnitte.

Sie haben auch einerley Höhe.

XVI Hier sind Pyramiden, die gleiche Durchschnitte haben, von einerley Höhe.

Wo Pyramiden, die gleiche Durchschnitte haben, von einerley Höhe sind: da können in einer nicht mehr Durchschnitte seyn als in der andern.

E. Hier können in einer Pyramide nicht mehr Durchschnitte seyn, als in der andern.

XVII Hier sind Pyramiden von einerley Grund-Flächen, in deren einer nicht mehr Durchschnitte seyn können, als in der andern.

Pyramiden von einerley Grund-Flächen, in deren einer nicht mehr Durchschnitte seyn können, als in der andern, sind einander gleich.

E. Hier sind die Pyramiden einander gleich.

Gleiche Bewandnis hat es mit den Kegeln, die für Pyramiden von unendlichen Seiten gehalten werden.

Oder

Oder

Wenn man die Triangel ABC und DEF für die Durchschnitte zweyer Kegel annimmt, dadurch sie von der Spize bis durch die Grund-Fläche in zwey gleiche Theile getheilet werden: so sind GH und IK die Diametri der Circul, welche aus den mit den Grund-Flächen parallel geschehenen Durchschnitten entstehen und also ist abermal klar, daß diese Circul und folgends die ganzen Kegel einander gleich seyn müssen.

Der XXXII. Lehrsaz.

221. Ein iedes dreyeckichtes Prisma kan in drey gleiche Pyramiden getheilet werden. *Tab. IX. fig. 103.*

Demonstratio.

ACBD baſ. = ACB
ACBD alt. = AD = BE = CF
BDEF baſ. = DEF = ACB
BDEF alt. = AD = BE = CF

ACBD = BDEF
* * *

BDEF baſ. = BEF
BDEF alt. = alt. ex D in EF
CBDF baſ. = CBF
CBDF alt. = alt ex D in EF
* * *
BF = diagon.

BEF = CBF
Ergo
BDEF = CBDF
BDEF = ACBD

CBDF = ACBD = BDEF
Prisma triangulare in tres pyramides aequales diuiditur.

Per Syllogismos
ACBD hab. baſ. ACB
ACBD hab. alt. AD = BE = CF
et
BDEF hab. baſ. DEF = ACB
BDEF hab. alt. AD = BE = CF

I ACBD und BDEF haben einerley Höhe und Grund-Fläche.
Pyramiden, die einerley Höhe und Grund-Fläche haben, ſind einander gleich.
E. ACBD und BDEF ſind einander gleich.
ACBD = BDEF

* * *

BF = diagonalis
II BCFE iſt ein Parallelogrammum.
Alle Parallelogramma werden durch die Diagonal-Linie in 2. gleiche Theile getheilet.
E. BCFE wird durch die Diagonal-Linie in 2. gleiche Theile getheilet.

BCF = BEF

$\overset{*}{\text{BDEF}}$ baſ. = $\overset{*}{\text{BEF}}$

BDEF alt. = alt. ex D in CF

CBDF baſ. = CBF

CBDF alt. = alt. ex D in EF

BEF = CBF

III BDEF und CBDF haben einerley Höhe und Grund-Fläche.

Pyramiden, die einerley Höhe und Grund-Fläche haben, ſind einander gleich.

E. BDEF und CBDF ſind einander gleich.

BDEF = CBDF

BDEF = ACBD ui Syll. I.

IV ACBD und CBDF ſind einer dritten gleich.

Wenn zwo Sachen einer dritten gleich ſind, ſo ſind ſie einander ſelber gleich.

E. ACBD und CBDF ſind einander ſelber gleich.

ACBD = CBDF = BDEF

Ein dreyeckichtes Priſma wird in 3. gleiche Pyramiden getheilet.

Anmerkung.

Wenn man das Priſma aus Holz verfertigen und auf gehörige Weiſe ſchneiden läſſt: ſo iſt den Anfängern der Beweis leichter zu

begreifen, weil sie die Pyramide BCFE besser sehen können.

Der I. Zusaz.

222. Eine dreyeckichte Pyramide ist der dritte Theil von einem Prismate, so mit ihr gleiche Grundfläche und gleiche Höhe hat.

II. Zusaz.

223. Weil iedes vieleckichtes Prisma in viele dreyeckichte sich zertheilen lässt; so mus eine iede Pyramide der dritte Theil von einem Prismate seyn, so mit ihr gleiche Grundfläche und gleiche Höhe hat.

Der III. Zusaz.

224. Weil ein Cylinder ein Prisma ist, dessen Basis unzehlige Seiten hat und ein Kegel eine Pyramide ist, deren Basis ebenfalls unzehlige Seiten hat: so mus ein Cylinder in drey gleiche Kegel können zerschnitten werden, die mit ihm gleiche Höhe und Grund-Fläche haben.

Die LXVII. Aufgabe.

225. Den Inhalt einer Pyramide, ingleichen eines Kegels zu finden.

Auflösung.

Tab. IX fig. 104, n. 1. 2. Man suchet für die Pyramide den Inhalt eines Prismatis, das gleiche Grund-Fläche und Höhe mit der Pyramide hat, das ist, man multipliciret die Höhe mit der Grund-Fläche der Pyramiden; das

Fa-

Factum wird durch 3. dividiret, und so kommt der Inhalt der Pyramiden heraus. Eben so macht man es auch; wenn man den Inhalt eines Kegels finden will.

Oder

Man multipliciret beyderseits die Grund-Flächen mit dem dritten Theil der Höhe.

Z. E.

EF = 6′
DC = 4

2 | 24

12 area DEF
10 = DA

3 | 120 solid. prism.

40 solid. pyram.

Oder

EF = 6′
DC = 4

2 | 24

12 area DEF
$3\frac{1}{3} = \frac{1}{3}$ DA

36
4

40 sol. pyram.

Für den Kegel.

DE = 6′
DA = 12
100 — 314 — 600‴
600

100 | 188400

1884‴ Peripherie
150‴ = $\frac{1}{4}$ DE

94200
1884

282600 = Inhalt der Bas.
1200 = DA

56520000
282600

3 | 339120000 Cörperl. Inhalt des Cylinders

113040000 Cörperlicher Inhalt des Kegels

Oder

282600 Inhalt der Basis
400 = $\frac{1}{3}$ DA

113040000 Cörp. Inhalt des Kegels.

Die LXVIII. Aufgabe.

226. Den Inhalt eines abgekürzten Kegels zu messen.

Auf-

Auflösung.

Um die Höhe GE des ganzen Kegels zu finden, inferiret man: wie der Unterschied AH der beeden halben diametrorum AG und CF = HG zu der Höhe des abgekürzten Kegels CH; so der halbe grose Diameter AG zu der Höhe des ganzen Kegels EG §. 161. Und das wird durch die Regel Detri gefunden §. arithm. Tab. IX. fig. 105.

Aus dieser Höhe des ganzen Kegels und dem Diametro AB suchet man den Inhalt des ganzen Kegels AEB. Ferner ziehet man die Höhe des abgekürzten Kegels FG ab; so bleibt die Höhe des abgeschnittenen Kegels EF übrig. Aus dieser Höhe und dem Diametro CD suchet man den Inhalt des Kegels ECD. Endlich ziehet man den kleinen Kegel ECD von dem ganzen Kegel ab; so bleibt der Inhalt des abgekürzten Kegels ACDB übrig. Z. E.

AH : CH = AG : GE

4′ : 6′ = 8′ :

| 48

12 = GE

6 = CH = FG

6 = FE

* * *

100 : 314 = AG : halbe grose Peripherie

100 : 314 = 800''' :

|251200'''

2512''' halbe grose Peripherie
800 = AG

2009600''' grose Grundfläche
400 = $\frac{1}{3}$ GE

803840000 Cörperl. Inhalt des Kegels AEB

$AG - AH = \overset{*}{HG} = \overset{*}{CF}$
8 − 4 = 4
100 : 314 = CF : halbe kleine Peripherie
100 : 314 = 400'''

|125600'''

1256''' halbe kleine Peripherie
400 = CF

502400 kleine Grundfläche
200 = $\frac{1}{3}$ EF

100480000 Cörperlicher Inhalt des Kegels CED
803840000 Cörperlicher Inhalt des Kegels AEB

703360000 Cörperl. Inhalt des abgek. Kegels ACDB.

Be-

Beweis.

CH et GE = parall.

AH : HC = AG : GE §. 161.
GE = FE + FG
FG = FG

GE — FG = FE
ob
sectionem parall.
FG = CH

GE — CH = FE
pro inuenienda semiperiph. maiore
100 : 314 = AG : semiperiph. mai.
bas. mai = semiperiph. mai.
cum radio AG
$\frac{1}{3}$ alt. GE = $\frac{1}{3}$ alt. GE

---

bas. mai. cum $\frac{1}{3}$ alt. GE = semiper. mai.
cum rad. AG et $\frac{1}{3}$ alt. GE
solid. coni mai. = semiperiph. mai. cum
rad. AG et $\frac{1}{3}$ alt. GE

---

bas. mai. cum $\frac{1}{3}$ alt. GE = sol. coni mai.

* * *

AG = AH + HG
AH = AH

AG — AH = HG
CF HG

AG — AH = CF

100 : 314 = CF : ſemiperiph. min.
ſemiperiph. min.
cum rad. CF = baſ. min
$\frac{1}{3}$ alt. EF = $\frac{1}{3}$ alt. EF

ſemiperiph. min. cum
rad. CF et $\frac{1}{3}$ alt. EF = baſ. min. cum $\frac{1}{3}$ EF
ſemiperiph. min cum rad. et $\frac{1}{3}$ alt = ſolid.
coni min.

---

baſ min cum $\frac{1}{3}$ alt. EF = ſolid. coni min.

* *
*

ſolid. con. mai. = ſol. coni trunc. et min.
ſolid. coni min = ſol. coni min.

ſol. coni mai. = ſol. coni truncati.
— ſol. con. min.

Der XXXIII. Lehrſaz.

227. Die Kugel iſt $\frac{2}{3}$ von einem Cylinder, der gleiche Grund-Fläche und Höhe mit ihr hat.

Beweis.

Tab. IX. fig. 106.

□ ABCD circa DC mouetur
et deſcribit cylindrum
Quadrans DCB circa DC mouetur
et deſcribit hemiſphaerium
△ Rectangulum ACD mouetur circa
DC et deſcribit conum
Cylindri ABCD alt. = DC
Hemiſph. CDB alt. = DC

Coni

Coni ACD alt. = DC

Non plures sectiones parallelae in hoc fieri possunt corpore, quam altero

* * *

Fiat sectio parallela HE cum CB et DA

HE = ½ diam. sect. bas. Cyl. ABCD
GE = ½ diam. sect. bas. Hemisph. CDB
FE = ½ diam. sect. bas. Coni ACD

* * *

HE = BC ob parall. AB et DC
GC = BC = rad.

HE = GC
HE = GC

□HE = □ GC
□HE = □ ½ diam. sect. bas. Cyl. ABCD

□GC = □ ½ diam. sect. bas. Cyl. ABCD

ob

EF et DA = parall.
AD : DC = EF : EC
AD = DC

EF = EC
EF = EC

□ EF = □ EC
□ EF = □ ½ diam. sect. bas. coni ACD

□EC

□EC = □ ½ diam. sect. bas. coni ACD

* * *

△EGC = △ rectangulo
□GC = □EC + □EG
□EC = □EC

□GC — □EC = □EG

□ ½ diam. sect. bas. Cyl ABCD — □ ½ diamet. sect. bas. Coni ACD = □ ½ diam. sect. basi Hemisp. CDB

* * *

□ ½ diam. sect. bas. Cyl. ABCD — □ ½ diam. sect. bas. Coni ABCD = □ ½ diam. sect. bas. Hemisph. BCD
□ diam. sunt in ratione cum basibus s. circulis §. 140.

Circ. sect. bas. Cyl. ABCD — Circ. sect. bas. Coni ABCD = Circ. sect. bas. Hemisph. CDB.

sed

quum omnes hae sectiones ita sese habeant

et

altitudo sit eadem

Sol. Cyl. ABCD — Sol. Con. ABCD = Sol. Hemisph. CDB

Sol. Coni = $\frac{1}{3}$ sol. Cyl.

Sol.

Sol. Cyl. ABCD — $\frac{1}{3}$ sol. Cyl. ABCD = sol. Hemisph. CDB

$\frac{2}{3}$ Sol. Cyl. ABCD = Sol. Hemisph. CDB
$\frac{2}{3}$ Sol. Cyl. = Sol. Hemisph.

$\frac{2}{3} + \frac{2}{3}$ Sol. Cyl. ABCD = Sol. Hemisph. + Sol. Hemisph. CDB
$\frac{2}{3} + \frac{2}{3}$ = $\frac{2}{3}$ (1 + 1) §. arith.

$\frac{2}{3}$ (Sol. Cyl. ABCD + Sol. Cyl.) = Sol. Hemisph. + Sol. Hemisph. CDB
Sol. Cyl. + Sol. Cyl. ABCD = Sol. Cyl. ADIK

$\frac{2}{3}$ Sol Cyl. ADIK = Sol. Hemisph. + Sol. Hem. CDB
Hemisph. + Hem. CDB = Sph. DBI

$\frac{2}{3}$ Sol. Cyl. ADIK = Sol. Sphaer. DBI.

H. E.

Solid. Sphaerae = $\frac{2}{3}$ Sol. Cyl. eiusdem altitudinis et baseos

Per Syllogismos

□ ABCD circa DC mouetur.

I □ ABCD beweget sich um seine Höhe. Wenn ein Quadrat sich um seine Höhe beweget, so beschreibet es einen Cylinder.

E. □ ABCD beschreibet einen Cylinder.
□ ABCD describit Cylindrum.

Qua-

* * *

Quadrans DCB circa DC mouetur.

II Der Quadrant DCB beweget sich um seine Höhe DC.

Wenn sich ein Quadrant um seine Höhe beweget, so beschreibet er eine halbe Kugel.

E. Der Quadrant DCB beschreibet eine halbe Kugel.

Quadrans DCB describit hemisphaerium.

* * *

△ rectangulum ACD mouetur circa DC

III Das rechtwinkelichte △ ACD beweget sich um seine Höhe DC.

Wenn sich ein rechtwinkelichtes △ um seine Höhe beweget, so beschreibet es einen Kegel.

E. Das rechtwinkelichte △ ACD beschreibet einen Kegel.

△ rectangulum ACD describit conum.

* * *

Cylindri ABCD alt. = DC
Hemisph. CDB alt. = DC
Coni ACD alt. = DC

IV Hier sind Cörper, die einerley Höhe haben.

Bey den Cörpern, die einerley Höhe haben, können in einem nicht mehr parallele Durchschnitte geschehen, als in dem andern.

E. Bey

E. Bey den Cörpern hier können in einem nicht mehr parallele Durchschnitte geschehen, als in dem andern.
In ABCD, CDB et ACD fiunt numero aequales parallelae sectiones.

* * *

Fiat sectio parallela HE cum CB et DA

HE = $\frac{1}{2}$ diam. sect. bas. Cyl. ABCD
GE = $\frac{1}{2}$ diam. sect. bas. Hemisph. CDB
FE = $\frac{1}{2}$ diam. sect. bas. Coni ACD

* * *

AB et DC = parall.
V HE und BC sind zwischen Parallelen parallel gezogen.
Linien, die zwischen Parallelen parallel gezogen werden, sind einander gleich.
E. HE und BC sind einander gleich.
HE = BC

* * *

GC et BC = rad.
VI GC und BC sind Radii.
Alle Radii sind einander gleich.
E. GC und BC sind einander gleich.
GC = BC
HE = BC *ui Syll. V.*
VII GC und HE sind einer dritten gleich.
Wenn 2. Sachen einer dritten gleich sind, sind sie einander selber gleich.
E. GC und HE sind einander selber gleich.
GC = HE
GC = HE

VIII

VIII GC und HE werden mit sich selbst multipliciret.

Wenn man eine Zahl mit sich selbst multipliciret, so entstehet ein Quadrat.

E. Aus GC und HE entstehen Quadrate.

□GC = □HE

*

* *

□HE = □GC

□HE = □ $\frac{1}{2}$ diam. sect. bas. Cyl. ABCD

IX □GC und □ $\frac{1}{2}$ diam. sect. bas. Cyl. ABCD sind einem dritten gleich.

Wenn zwo Sachen einer dritten gleich sind, so sind sie einander selber gleich.

E. □ GC und □ $\frac{1}{2}$ diam. sect. bas. Cyl. ABCD sind einander selber gleich.

□ GC = □ $\frac{1}{2}$ diam. sect. bas. Cyl. ABCD

* * *

*

DA et FE = parall.

X In △ ADC wird eine Linie EF mit der Basi parallel gezogen.

Wenn in einem Triangel eine Linie mit der Basi parallel gezogen wird: so verhält sich die Basis zu dem einen Schenkel, wie die Parallel-Linie zu dem obern Theil des einen Schenkels.

In △ ADC verhält sich die Basis zu dem einen Schenkel, wie die Parallel-Linie zu dem obern Theil des einen Schenkel.

AD : DC = EF : EC

AD = DC ex constr. □

XI Hier ist das erste und andere Glied einander gleich.

Wenn in einer Proportion die beeden ersten Glieder einander gleich sind, so mus auch das dritte dem vierten gleich seyn.

E. Hier ist auch das dritte und vierte einander gleich.

EF = EC

EF = EC

XII Hier wird eine Gröse mit sich selbst multipliciret.

Wenn ich eine Gröse mit sich selbst multiplicire: so entstehet ein Quadrat.

E. Entstehet hier ein Quadrat.

□EF = □EC

□EF = □ $\frac{1}{2}$ diam. sect. bas. coni ACD

XIII □EC und □ $\frac{1}{2}$ diam. sect. bas. coni ACD sind einem dritten gleich.

Wenn zwo Sachen einer dritten gleich sind, so sind sie einander selber gleich.

E. □EC und □ $\frac{1}{2}$ diam. sect. bas. coni ACD sind einander selber gleich.

□EC = □ $\frac{1}{2}$ diam sect. bas. coni ACD

* * *

△EGC = △rectangulo

XIV △EGC ist ein rechtwinkelichter △

In einem rechtwinkelichten △ ist das Quadrat der långsten Seiten den Quadraten der beeden andern Seiten gleich.

E. In △EGC ist das Quadrat der långsten Seiten den Quadraten der beeden andern Seiten gleich.

□GC = □EC + □EG

— □EC = — □EC

XV Von □GC und □EC + □EG wird gleiches subtrahiret.

Wenn man gleiches vom gleichen subtrahiret, bleibt gleiches übrig.

E. Von □GC und □EC + □EG bleibt gleiches übrig.

□GC — □EC = □EG

*
* *

□GC = □ $\frac{1}{2}$ diam. sect. bas. Cyl. ABCD *Syll. IX.*

□EC = □ $\frac{1}{2}$ diam. sect. bas. Coni ACD *Syll. XIII.*

□EG = □ $\frac{1}{2}$ diam. sect. bas. Hemisph. CDB

XVI Hier ist gleiches.

Glei-

Gleiches kan für gleiches gesezet werden.

E. Kan hier gleiches für gleiches gesezet werden.

□ $\frac{1}{2}$ diam. sect. bas. Cyl. ABCD — □ $\frac{1}{2}$ diam. sect. bas. Coni
= □ $\frac{1}{2}$ diam. sect. bas. Hemisph. CDB

* * *

□ diam. sunt in ratione cum circulis s. basibus.

XVI Hier sind Quadrate Diametrorum.

In den Circul-Flächen verhalten sich die Quadrate der Diametrorum wie die Bases oder Circul.

E. Verhalten sich hier die Quadrate der Diametrorum, wie die Bases oder Circul.

Circ. sect. bas Cyl. ABCD — Circ. sect. bas. Coni = Circ. sect. bas. Hemisph. CDB.

So verhalten sich hier alle Durchschnitte, auch die Höhe der Cörper ist hier einerley.

XVII Hier sind Cörper, die einerley Höhe haben.

Bey Cörpern, die einerley Höhe haben, verhält sich der Inhalt, wie die Flächen.

E. Verhält sich ihr Inhalt, wie ihre Flächen.

Sol. Cyl. ABCD — Sol. Coni = Sol. Hemisph. CDB

* * *

Sol. Coni et Sol. Cyl. eiusd. alt. et bas.

XVIII Hier ist ein Kegel und Cylinder von einerley Höhe und Basi.

Der Cörperliche Inhalt eines Kegels ist das Drittel von dem cörperlichen Inhalt eines Cylinders, der mit ihm gleiche Höhe und Grund-Flächen hat.

E. Hier ist der cörperliche Inhalt des Kegels das Drittel von dem cörperlichen Inhalt des Cylinders, der mit ihm gleiche Grund-Flächen und Höhen hat.

Sol. coni = $\frac{1}{3}$ sol. Cyl.

Sol. Cyl. ABCD — Sol. Coni = Sol. Hemisph. CDB.

XIX Der cörperliche Inhalt des Kegels ist dem Drittel des cörperlichen Inhaltes von dem Cyl. ABCD gleich.

Gleiches kan für gleiches gesezet werden.

E. Für den cörperlichen Inhalt des Kegels kan das Drittel des Cylinders ABCD gesezet werden.

Sol.

Sol. Cyl. ABCD — $\frac{1}{3}$ Sol. Cyl. = Sol. Hemisph. CDB

Ergo

$\frac{3}{3}$ Sol. Cyl ABCD = Sol. Hemisph. CDB

$\frac{2}{3}$ Sol. Cyl. ABCD = Sol. Hemisph. CDB

XX Zu $\frac{2}{3}$ Sol. Cyl. ABCD und Sol. Hemisph. CDB wird gleiches addirt.

Wenn man gleiches zu gleichem addirt, kommen gleiche Summen heraus.

E. Bey $\frac{2}{3}$ Sol. Cyl. ABCD und Sol. Hemisph. CDB kommen gleiche Summen heraus.

$\frac{2}{3}$ Sol. Cyl. ABCD + $\frac{2}{3}$ Sol. Cyl. ABCD = Sol. Hemisph. + Sol. Hemisph. CDB

* * *

$\frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{2}{3}(1+1)$ §. Arithm.

XXI $\frac{2}{3} + \frac{2}{3}$ ist $\frac{2}{3}(1+1)$ gleich.

Gleiches kan für gleiches gesezet werden.

E. Für $\frac{2}{3} + \frac{2}{3}$ kan $\frac{2}{3}(1+1)$ gesezet werden.

$\frac{2}{3}$ (Sol. Cyl. ABCD + Sol. Cyl.) = Sol. Hemisph. + Sol. Hemisph. CDB.

* * *

Sol. Cyl. + Sol. Cyl. ABCD = Sol. Cyl. ADIK

XXII Sol. Cyl. + Sol. Cyl. ABCD ist Sol. Cyl. ADIK gleich.

Gleiches kan für gleiches gesezet werden.

E. Für Sol. Cyl. + Sol. Cyl. ABCD kan Sol. Cyl. ADIK gesezet werden.

$\frac{2}{3}$ Sol. Cyl. ADIK = Sol. Hemisph. + Sol. Hemisph. CDB.

* * *

Hemisph. + Hemisph. CDB = Sphaerae DBI

XXIII Hemisph. + Hemisph. CDB ist Sphaerae DBI gleich.

Gleiches kan für gleiches gesezet werden.

E. Für Hemisph. + Hemisph. CDB kan Sphaera DBI gesezet werden.

$\frac{2}{3}$ Sol. Cyl. ADIK = Sol. Sphaerae DBI

Die Kugel ist $\frac{2}{3}$ von dem Cylinder, der mit ihr auf einerley Höhe und Basi stehet.

Der XXXIV. Lehrsaz.

227. Der Cubus Diametri verhält sich zu der Kugel bey nahe wie 300. zu 157.

Beweis.

Tab. IX. fig. 107.

AB = 100''

AB = 100

□AB

$\square AB = 10000''$
$AB = 100$

$\text{Cub. } AB = 1000000$
$314'' = \text{periph. } AB$
$25 = \frac{1}{4} AB$

1570
628

7850 area bas. Cylindri
$100 = AC = AB$

785000 Sol. Cyl. ABCD
$\frac{2}{3}$ Sol. Cyl. = Sol. Sphaerae

$\frac{1570000}{3} = \text{Sol. Sphaerae GHFI}$

Sol. Cubi AB : 1000000'' = Sol. Sphaerae GHFI : $\frac{1570000}{3}$

Sol. Cubi AB : Sol. Sphaerae GHFI = 1000000'' : $\frac{1570000}{3}$

Sol. Cubi AB : Sol. Sphaerae GHFI = 3000000 : 1570000

Sol. Cubi AB : Sol. Sphaerae GHFI = 300 : 157

Per Syllogismos.

Diam. Sphaerae AB = 100

I AB der Diameter der Kugel GHFI hat 100''

Wenn der Diameter einer Kugel 100'' hat, so hat der Cubus desselben Diametri 1000000''

E. AB des Diametri Cubus hält 1000000''

Cubus AB = 1000000''

* * *

Cyl. AB = 100''

II Von Cylinder ABCD hat der Diameter seiner Fläche 100'' und eben so viel die Höhe.

Wenn von einem Cylinder der Diameter seiner Fläche 100'' und eben so viel seine Höhe hat,

so ist der Inhalt 785000''

F. Von Cylinder ABCD ist der Inhalt 785000''

Sol. Cyl. ABCD = 785000''

* * *

ABCD et FGHI eiusd. alt. et bas.

Die

III Die Kugel FGHI hat mit dem Cylinder ABCD eine Grund-Fläche und Höhe.

Die Kugel ist $\frac{2}{3}$ von dem Cylinder, der mit ihr eine Grund-Fläche und Höhe hat.

E. Die Kugel FGHI ist $\frac{2}{3}$ von dem Cylinder ABCD.

Sol. Sphaerae GHFI = $\frac{1570000}{3}$

* * *

Sol. Cubi AB = 1000000″
Sol. Sphaerae = $\frac{1570000}{3}$

IV Hier sind zwo Verhältnisse, die einander gleich sind.

Zwo Verhältnisse, die einander gleich sind, machen eine Proportion.

E. Machen hier zwo Verhältnisse eine Proportion.

Sol. Cub. AB : 1000000 = Sol. Sphaerae GHFI $\frac{1570000}{3}$

V Hier ist eine Geometrische Proportion.

In einer Geometrischen Proportion verhält sich auch das erste zum dritten, wie das andere zum vierten.

E. Verhält sich hier auch das erste zum dritten wie das andere zum vierten.

Sol. Cub. AB : Sol. Sphaerae GHFI = 1000000 : 1570000
3

mult. 3 = 3 multipl.

VI 1000000 u. 1570000/3 werden mit einer dritten multipliciret

Wenn zwo Zahlen durch eine dritte multipliciret werden: so verhalten sich die Producte, wie die multiplicirten Zahlen.

E. Bey 1000000 und 1570000/3 verhalten sich die Producte, wie die multiplicirte Zahlen.

Sol. Cub. AB : Sol. Sphaerae GHFI = 3000000 : 1570000

diu. 10000 = 10000 diu.

VII 3000000 und 1570000 wird durch eine dritte Zahl dividirt.

Wenn man 2. Zahlen durch eine dritte dividiret: so verhalten sich die Quotienten, wie die dividirten Zahlen.

E. Bey 3000000. und 1570000. verhalten sich die Quotienten, wie die dividirten Zahlen.

Sol. Cub. AB : Sol. Sphaerae GHFI = 300 : 157.

An-

Anmerkung.

228. Man sagt, der Cubus Diametri verhalte sich zur Kugel bey nahe wie 300. zu 157; weil man voraus sezet, der Diameter im Circul verhalte sich zu seiner Peripherie, wie 100. zu 314; welches nur bey nahe zutrift § 138.

Der XXXV. Lehrsaz.

229. Die Kugel ist einer Pyramide gleich, deren Grund-Fläche der ganzen Kugel-Fläche; die Höhe aber der Helfte ihres Diametri gleichet.

Beweis.

Man stelle sich vor, als wenn die Fläche der Kugel in so kleine Vierecke zertheilet sey, daß iedes von ihnen von einer ebenen Fläche nicht mehr merklich unterschieden. Man seze hinzu, daß aus dem Mittel-Puncte der Kugel an ihre Ecken gerade Linien gezogen seyen. Alsdenn ist klar, daß die Kugel aus unzehlich viel viereckichten Pyramiden bestehe, die im Mittel-Puncte der Kugel mit ihren Spizen zusammen stossen und deren Grund-Flächen zusammen der Kugel-Fläche gleich sind, die Höhen aber von dem halben Diametro der Kugel nicht merklich unter- *Tab. IX. fig. 108.*

schie-

den. Derowegen wird die ganze Kugel mit Recht für eine Pyramide gehalten, deren Grund-Fläche der Kugel-Fläche, die Höhe aber der Helfte ihres Diametri gleichet.

Ponamus

Sphaerae superf. = quadratis infinite paruis
inde si
ducantur lineae in centrum Sphaerae

Sphaera = pyramid. quadratis infinite paruis
quarum alt. fere semidiameter est
et bases superficies Sphaerae
bases pyramidum = superficiei Sphaerae

Sphaera = pyramidi, cuius basis est superficies sphaerae et altitudo fere semidiameter.

Per Syllogismos.

I Hier ist eine Kugel, deren Fläche, wie ichs mir vorstelle, aus lauter kleinen Vierecken bestehet und von welchen ich in das Mittel-Punct gerade Linien ziehe.

Wenn ich mir vorstelle, daß die Fläche einer Kugel aus lauter kleinen Vier-

Vierecken bestehe und ich von hier in das Mittel-Punct gerade Linien ziehe, so bestehet die Kugel aus unzehlich viel viereckichten Pyramiden.

E. Bestehet hier die Kugel aus unzehlich viel viereckichten Pyramiden.

II Hier ist eine Kugel, die aus unzehlich viel viereckichten Pyramiden bestehet.

Wenn eine Kugel aus unzehlich viel viereckichten Pyramiden bestehet, so ist der halbe Diameter die Höhe und ihre Grund-Flächen zusammen machen die Kugel-Fläche aus.

E. Ist hier der Kugel halbe Diameter die Höhe uud der Pyramiden Grund-Flächen zusammen machen die Kugel-Fläche aus.

III Hier ist eine Kugel, die aus unzehlich viel viereckichten Pyramiden bestehet, deren Höhe der halbe Diameter ist und ihre Grund-Flächen zusammen die Kugel-Fläche machen.

Wenn eine Kugel aus unzehlich viel viereckichten Pyramiden bestehet, deren Höhe der halbe Diameter ist und ihre

ihre Grund-Flächen zusammen die Kugel-Fläche machen: so ist die ganze Kugel eine Pyramide, deren Grund-Fläche der Kugel-Fläche, die Höhe aber der Helfte ihres Diametri gleichet.

E. Ist hier die ganze Kugel eine Pyramide, deren Grund-Fläche der Kugel-Fläche, die Höhe aber der Helfte ihres Diametri gleichet.

Der XXXVI. Lehrsaz.

230. Die Kugel-Fläche verhält sich zu dem Inhalt des grösten Circuls in der Kugel, wie 4. zu 1.

Beweis.

Tab. IX. fig. 109.

Sphaere sol. = pyram. sol.
bas. cum $\frac{1}{3}$ alt. = pyram. sol.

Sphaerae sol. = bas. cum $\frac{1}{3}$ alt.
$\frac{1}{3}$ alt. = $\frac{1}{3}$ alt.

Sphaerae sol: $\frac{1}{3}$ alt. = bas. sphaerae
alt = rad.

Sphaerae sol: $\frac{1}{3}$ rad. = bas. sphaerae I.

*
* *

Sit diam. sphaerae = 100

---

area

area circ. ex diam. deſcripti = 7850 §. 137.
circ. ex diametr. deſcriptus = circ. max. ſphaer.

Area circ: max. ſphaerae = 7850

* * *

Sit diamet. ſphaerae = 100

Sol. Sphaerae = $\frac{1570000}{3}$

Sol. ſphaer: $\frac{1}{3}$ rad. = $\frac{1570000}{3} : \frac{50}{3}$

$= \frac{1570000}{3} \cdot \frac{3}{50}$

$= \frac{1570000}{50}$

= 31400

Sol. ſphaerae: $\frac{1}{3}$ rad. = baſ. ſphaerae. ui ſ.

Bas. ſphaerae = 31400
Bas. ſphaerae: 31400 = area circ. max. ſphaerae: 7850

Bas. ſphaerae: area circ. max. ſphaerae = 31400 : 7850

Bas. ſphaerae: area circ. max. ſphaere = 4 : 1

Per

Per Syllogismos

Shaerae ſol. = pyram ſol.

I Die Kugel gleichet einer Pyramiden.

Cörper, die einer Pyramiden gleichen, bekommen ihren Inhalt, wenn man die Grund-Fläche mit dem Drittel der Höhe multipliciret.

E. Die Kugel bekommt ihren Inhalt, wenn man die Grund-Fläche mit dem Drittel der Höhe multipliciret.

Sphaerae ſol. = bas. cum $\frac{1}{3}$ alt.

diuid. $\frac{1}{3}$ alt. = diuid. $\frac{1}{3}$ alt

II Hier wird gleiches durch gleiches dividirt.

Wenn man gleiches durch gleiches dividirt, kommen gleiche Quoti heraus.

E. Kommen hier gleiche Quoti heraus.

Sphaerae ſol : $\frac{1}{3}$ alt. = bas. ſphaerae

* * *

alt. ſphaerae

III Hier iſt eine Kugel.

Die Höhe der Kugel iſt der Radius.

E. Iſt ihre Höhe der Radius.

alt. ſphaerae = rad.

ſphaerae ſol : $\frac{1}{3}$ alt. = bas. ſphaerae *Syll. II.*

IV Die Höhe der Kugel iſt dem Radio gleich.

Gleiches kan für gleiches geſezet werden.

E. Für

E. Für die Höhe der Kugel kan der Radius gesezet werden.

Sphaerae sol : $\frac{1}{3}$ rad. = bas. sphaerae

*
* *

circ. ex diametro sphaerae descriptus

V Hier ist ein Circul, der mit dem Radio der Kugel beschrieben wird.

Der Circul, der mit dem Radio der Kugel beschrieben wird, ist der gröste Circul auf der Kugel.

E. Ist hier dieser Circul der gröste auf der Kugel.

circul. ex diam. sphaerae descript. = circ. max. sphaer.

Es seye der Diameter einer Kugel = 100

VI Hier ist der Diameter einer Kugel 100

Wenn der Diameter einer Kugel 100. ist: so ist die Circul-Fläche, die mit dessen Radio beschrieben wird, 7850.

E. Hier ist die Circul-Fläche, die mit dessen Radio beschrieben wird, 7850.

area circ. max. sphaerae descript. = 7850.

*
* *

Es seye der Diameter einer Kugel = 100.

VII Hier ist der Diameter 100.

Wenn der Diameter 100. ist, so ist der Inhalt der Kugel 1570000: 3.

E. Hier ist der Inhalt der Kugel 1570000: 3.

Sphaerae sol. = 1570000: 3.
$\frac{1}{3}$ rad. = $\frac{50}{3}$

VIII Sphaerae sol. und 1570000: 3. wird durch gleiches dividirt.

Wenn man gleiches durch gleiches dividirt, kommen gleiche Quoti heraus.

E. Bey Sphaere sol. und 1570000: 3. kommen gleiche Quoti heraus.

Sphaere sol: $\frac{1}{3}$ rad. = $\frac{1570000}{3}$: $\frac{50}{3}$ = 31400

Sphaerae sol: $\frac{1}{3}$ rad. = bas. sphaerae *Syll. IV.*

IX 31400. und bas. Sphaerae sind einem dritten gleich.

Wenn zwo Sachen einer dritten gleich sind, sind sie einander selber gleich.

E. 31400 und bas. Sphaere sind einander selber gleich.

bas. Sphaerae = 31400.

* * *

area circ. max. sphaerae = 7850 *ui Syll. VI.*
basis sphaerae = 31400 *ui Syll. IX.*

X Hier

X Hier sind zwo Verhältnisse einander gleich.

Zwo Verhältnisse, die einander gleich sind, machen eine Proportion.

E. Machen hier zwo Verhältnisse eine Proportion.

Bas. ſphaer : 31400 = ar. circ. max. ſphaer : 7850.

XI Hier ist eine Geometrische Proportion.

In einer Geometrischen Proportion verhält sich auch das erste zum dritten, wie das andere zum vierten.

E. Verhält sich auch hier das erste zu dem dritten, wie das andere zum vierten.

Bas. ſphaerae : ar. circ. max. ſphaerae = 31400 : 7850

div. 7850 = div. 7850

XII Hier werden zwo Zahlen durch eine dritte dividirt.

Wenn man 2. Zahlen durch eine dritte dividiret: so verhalten sich die Quotienten, wie die dividirten Zahlen.

E. Verhalten sich hier die Quoti, wie die dividirten Zahlen.

Bas. ſphaerae : area circ. max. ſphaerae = 4 : 1

Anmerkung.

331. Wenn man fig. 109. betrachtet: so findet man, daß die Radii, die ober und unter

dem Radio AB sind, kleiner seyen als der Radius AB, der aus dem Centro der Kugel gezogen wird und der Höhe gleich ist. Wenn ich also eine Kugel durch das Centrum zerschneide, so ist dieselbe inwendige Fläche die Fläche des grösten Circuls.

Zusaz.

232. Wenn der Diameter der Kugel 100. hat; so hat die Kugel-Fläche 31400 = 314. 100. das ist die Peripherie mit dem Diameter multipliciret. Und also kommt die Kugel-Fläche heraus, wenn man die Peripherie durch den Diametrum multipliciret. Derowegen ist die Kugel-Fläche einem Rectangulo gleich, das zur Grund-Linie die Peripherie des grösten Circuls in der Kugel, zur Höhe aber ihren Diametrum hat.

Die LXIX. Aufgabe.

233. Aus dem gegebnen Diametro einer Kugel so wol den Inhalt ihrer Fläche, als ihren cörperlichen Inhalt zu finden.

Auflösung.

Man sucht die Peripherie des grösten Circuls und multipliciret sie durch den gegebnen Diametrum, so hat man die Kugel-Fläche. So man ferner die Kugel-Fläche durch den sechsten Theil des Diametri

metri multipliciret oder durch den ganzen Diametrum multipliciret und das Product durch 6. dividirt; so kommt der cörperliche Inhalt der Kugel heraus. Z. E.

Diamet. = 2400‴

100 : 314 = 2400‴ :

2400

125600

628

|753600

7536 = Peripherie

2400 = Diamet.

3014400

15072

18086400 = Inhalt der Kugel-Fläche

400 = $\frac{1}{6}$ Diamet.

7234560000 = Inhalt der Kugel.

Die LXX. Aufgabe.

234. Aus dem gegebnen Diametro einer Kugel ihren cörperlichen Inhalt noch auf eine andere Art zu finden.

Auflösung.

Man sucht erstlich den Cubum des Diametri und denn zu 300, 157 und dem gefundenen Cubo die vierte Proportional-Zahl: diese ist der cörperliche Inhalt der Kugel Z. E.

Diamet. 2400'''

```
              2400
  ------------------------
            960000
           4800
  ------------------------
  □       5760000
              2400
  ------------------------
         2304000000
        11520000
  ------------------------
Cub. diam. 13824000000
300 : 157 = 13824000000
                    157
            ------------
           96768000000
          69120000000
         13824000000
  ------------------------
        |2170368000000
  ------------------------
         7234560000 Inh. der Kugel
```

Der

Der XXXVII. Lehrsatz.

235. Alle Prismata, ingleichen Parallepipeda, Cylinder, Pyramiden und Kegel, wenn sie gleiche Höhen haben, verhalten sich wie ihre Grund-Flächen: haben sie aber gleiche Grund-Flächen, so verhalten sie sich wie ihre Höhen.

Beweis.

I.

Sol. Prism. Parall. Cylindr. = prod. bas. in alt.

Sol. Pr. Parall. Cyl: Sol. Pr. Parall. Cyl. = prod. bas. in alt: prod. bas. in alt.
alt. = alt.

Sol. Pr. Parall. Cyl: Sol. Pr. Parall Cyl. = bas: bas.

*
* *

Sol. Pyram. et Coni = prod. bas. in $\frac{1}{3}$ alt.

Sol. Pyr. et Con: Sol. Pyr et Con. = prod. bas. in $\frac{1}{3}$ alt: prod. bas. in $\frac{1}{3}$ alt.
$\frac{1}{3}$ alt. = $\frac{1}{3}$ alt.

Sol. Pyr. et Con: Sol. Pyr. et Con = bas; bas.

II.

Sol. Pr. Parall. Cyl; Sol. Pr. Parall. Cyl. = prod. bas. in alt: prod. bas. in alt.
bas. = bas.

Sol. Pr. Parall. Cyl : Sol. Pr. Parall. Cyl.
= alt : alt.

* * *

Sol. Pyr. et Con : Sol. Pyr. et Con. =
prod. bas. in $\frac{1}{3}$ alt : prod. bas. in $\frac{1}{3}$ alt.
bas. = bas.

Sol. Pyr. et Con : Sol. Pyr. et Con =
$\frac{1}{3}$ alt : $\frac{1}{3}$ alt.
3 = 3

Sol. Pyr. et Con : Sol. Pyr. et Con = alt : alt.

Per Syllogismos.

Sol. Prism. Parall. Cyl.

I.

I Hier sind Prismat. Parallel. Cyl.
Der Inhalt eines Prismat. Parall. Cylindr. entstehet aus dem Product der Basis und der Höhe.

E. Hier entstehet der Inhalt aus dem Product der Basis und Höhe.

Sol. Prism. Parall. Cyl. = prod. bas. in alt.

Sol. Prism. Parall. Cyl. = prod. bas. in alt.

II Hier sind zwo Verhältnisse, die einander gleich sind.
Zwo Verhältnisse, die einander gleich sind, machen eine Proportion.

E. Ma-

E. Machen hier zwo Verhältnisse eine Proportion.

Sol. Pr. Parall. Cyl : prod. bas. in alt. = Sol. Pr. Parall. Cyl : prod. bas. in alt.

III Hier ist eine Geometrische Proportion.

In einer Geometrischen Proportion verhält sich auch das erste zum dritten, wie das andere zum vierten.

E. Verhält sich auch hier das erste zum dritten, wie das andere zum vierten.

Sol. Prism. Parall. Cyl : Sol. Prism. Parall. Cyl. = prod. bas. in alt : prod. bas. in alt.

alt = alt.

IV Prod. bas. in alt. und prod. bas. in alt. wird durch eine dritte dividirt.

Wenn 2. Zahlen durch eine dritte dividiret werden: so verhalten sich die Quotienten, wie die dividirten Zahlen.

E. Bey Prod. bas. in alt. und prod. bas. in alt. verhalten sich die Quotienten, wie die dividirten Zahlen.

Sol. Pr. Par. Cyl : Sol. Pr. Par. Cyl. = bas : bas.

*
* *

Sol. Pyram. et Coni

V Hier ist eine Pyramide und ein Kegel.
Der Inhalt einer Pyramiden und eines Kegels entstehet aus dem Product der Basis und $\frac{1}{3}$ Höhe.
E. Entstehet hier der Inhalt einer Pyramiden und eines Kegels aus dem Product ihrer Basis und $\frac{1}{3}$ Höhe.
Sol. Pyram. et Coni = prod bas. in $\frac{1}{3}$ alt.
Sol. Pyram. et Coni = prod. bas. in $\frac{1}{3}$ alt.

VI Hier sind zwo Verhältnisse, die einander gleich.
Zwo Verhältnisse, die einander gleich, machen eine Proportion.
E. Machen hier die zwo Verhältnisse eine Proportion.
Sol. Pyr. et Coni : prod. bas. in $\frac{1}{3}$ alt. = Sol. Pyr. et Con : prod. bas. in $\frac{1}{3}$ alt.

VII Hier ist eine Geometrische Proportion.
In einer Geometrischen Proportion verhält sich auch das erste zum dritten, wie das andere zum vierten.
E. Verhält sich auch das erste zum dritten, wie das andere zum vierten.
Sol. Pyr. et Coni:Sol. Pyr. et Con = prod. bas. in $\frac{1}{3}$ alt : prod. bas. in $\frac{1}{3}$ alt.

* * *

Sol. Pyr. et Con : Sol. Pyr. et Con = prod. bas. in $\frac{1}{3}$ alt : prod. bas. in $\frac{1}{3}$ alt.
$\frac{1}{3}$ alt. = $\frac{1}{3}$ alt.

VIII Hier sind zwo Zahlen durch eine dritte dividirt.

Wenn zwo Zahlen durch eine dritte dividiret werden: so verhalten sich die Quotienten, wie die dividirten Zahlen.

E. Verhalten sich bey den zwo Zahlen die Quotienten, wie die dividirten Zahlen.

Sol.Pyr etCon:Sol.Pyr.etCon=bas:bas.

II.

Sol. Pr. Par. Cyl = prod. bas. in alt.

Sol. Pr. Par. Cyl = prod. bas. in alt.

IX Hier sind zwo Verhältnisse, die einander gleich sind.

Zwo Verhältnisse, die einander gleich sind, machen eine Proportion.

E. Machen hier die zwo Verhältnisse eine Proportion.

Sol. Pr. Par. Cyl : prod. bas. in alt = Sol. Pr. Par. Cyl : prod. bas. in alt.

X Hier ist eine Geometrische Proportion.

In einer Geometrischen Proportion verhält sich auch das erste zum dritten, wie das andere zum vierten.

E. Verhält sich auch hier das erste zum dritten, wie das andere zum vierten.

Sol. Pr. Par. Cyl : Sol. Pr. Par. Cyl = prod. bas. in alt : prod. bas. in alt.

bas = bas.

XI

XI Hier sind zwo Zahlen, die durch eine dritte dividiret werden.

Wenn zwo Zahlen durch eine dritte dividiret werden: so verhalten sich die Quotienten, wie die dividirten Zahlen.

E. Verhalten sich hier bey den zwo Zahlen die Quotienten, wie die dividirten Zahlen.

Sol.Pr.Par.Cyl: Sol.Pr.Par.Cyl = alt : alt.

* * *

Sol.Pyram et Coni = prod. bas. in $\frac{1}{3}$ alt.

Sol.Pyram et Coni = prod. bas. in $\frac{1}{3}$ alt.

XII Hier sind zwo Verhältnisse einander gleich.

Zwo Verhältnisse, die einander gleich sind, machen eine Proportion.

E. Machen hier die zwo Verhältnisse eine Proportion.

Sol. Pyr. et Con : prod.bas.in $\frac{1}{3}$ alt = Sol. Pyr. et Con : prod. bas. in $\frac{1}{3}$ alt.

XIII Hier ist eine Geometrische Proportion

In einer Geometrischen Proportion verhält sich auch das erste zum dritten, wie das andere zum vierten.

E. Verhält sich auch hier das erste zu dem dritten, wie das andere zu dem vierten.

Sol.Pyr.et Con : Sol.Pyr.et Con = prod. bas. in $\frac{1}{3}$ alt : prod.bas. in $\frac{1}{3}$ alt.

bas = bas.

XIV Hier werden zwo Zahlen durch eine dritte dividirt.

Wenn zwo Zahlen durch eine dritte dividiret werden: so verhalten sich die Quotienten, wie die dividirten Zahlen.

E. Verhalten sich hier bey den zwo Zahlen die Quotienten, wie die dividirten Zahlen.

Sol.Pyr.etCon:Sol.Pyr.etCon$=\frac{1}{3}$ alt:$\frac{1}{3}$alt.

3 = 3

XV Hier werden zwo Zahlen durch eine dritte multipliciret.

Wenn man zwo Zahlen durch eine dritte multipliciret: so verhalten sich die Producte, wie die multiplicirten Zahlen.

E. Verhalten sich hier bey dem zwo Zahlen die Producte, wie die multiplicirte Zahlen.

Sol. Pyr.et Con : Sol.Pyr. et Con = alt:alt.

Zusaz.

136. Weil die Cylinder Circul zu ihren Grund-Flächen haben, die Circul aber sich wie die Quadrate ihrer Diametrorum verhalten: so müssen auch die Cylinder von gleicher Höhe sich wie die Quadrate ihrer Diametrorum oder der Diametrorum

rum ihrer Grund-Flächen verhalten. Denn

Sol. cyl : sol. cyl. = bas : bas.
bas. = circ.

Sol. cyl : sol. cyl. = circ : circ.
circ : circ. = □ diam : □ diam.

Sol. cyl : sol. cyl. = □ diam : □ diam.

XXXVIII. Lehrsatz.

237. Die Kugeln verhalten sich gegen einander, wie die Cubi ihrer Diametrorum.

Beweis.

Sph : Cub. diam = 157 : 300
Sph : Cub. diam = 157 : 300

Sphaera : Cub. diam = Sphaer : Cub. diam.

Spharea : Sphaer = Cub. diam : Cub. diam.

Per Syllogismos.

Sphaera : Cub. diam = 157 : 300
Sphaera : Cub. diam = 157 : 300

I Hier sind zwo Verhältnisse einer dritten gleich.
Zwo Verhältnisse, die einer dritten gleich sind, sind einander selber gleich.

E. Sind

E. Sind hier die zwo Verhältnisse einander selber gleich.

Sphaera:Cub.diam.=Sphaera:Cub.diam.

II Hier ist eine Geometrische Proportion.

In einer Geometrischen Proportion verhält sich auch das erste zum dritten, wie das andere zum vierten.

E. Verhält sich auch hier das erste zum dritten, wie das andere zum vierten.

Sphaera:sphaera = Cub.diam:Cub.diam.

Die LXXI. Aufgabe.

238. Einen Visier-Stab zu verfertigen, durch den man leichte finden kan, wie viel Kannen von einer flüssigen Materie in einem Cylindrischen Gefässe enthalten sind oder Raum haben.

Auflösung.

Man nimmt den Diameter von einem Cylindrischen Gefässe, dergleichen man zu einem Kannen-Maase brauchet, und trägt ihn aus A in B. Man richtet in A eine lange Perpendicular-Linie auf und trägt aus A in 1 den Diameter des Kannen-Gefässes; so ist die Linie B 1 der Diameter von einem zweykannigen Gefässe, welches mit dem einkannigen einerley Höhe *Tab. IX. fig. 110.*

he hat. Ferner trägt man B 1 aus A in 2; so ist B 2 der Diameter eines dreykannigen Gefässes, welches mit dem einkannigen einerley Höhe hat. Wenn man nun auch die Puncte 3. 4. ꝛc. gefunden: so trägt man dieselben auf die eine Seite des Visier-Stabes, auf die andere aber die Höhe der Kanne.

Beweis.

BA = diam. cyl. = diam. menſ. unius
A 1 = BA = alt. menſ. unius

detur aequalis alt. cyl.

cyl : cyl. = □ diam : □ diam.

---

menſ. un : menſ. un. = □ BA : □ B A
2 = 2

---

2 menſ: 2 menſ. = 2 □ BA : 2 □ BA

* * *

BA = A 1

□ BA = □ A 1

* * *

□ BA + □ A 1 = □ B 1

□ BA

$$\square BA = \square A1$$

$$\square BA + \square BA = \square B1$$

$$2\square BA = \square B1$$

$$2\,\text{mens} : 2\,\text{mens} = 2\square BA : 2\square BA$$

$$2\square BA = \square B1$$

$$2\,\text{mens} : 2\,\text{mens} = \square B1 : \square B1$$

$$B1 = A2$$

$$2\,\text{mens} : 2\,\text{mens} = \square A2 : \square A2 = (A2 . A2) : (A2 . A2)$$

$$\text{diuid. } A2 = A2$$

$$2\,\text{mens} : 2\,\text{mens} = A2 : A2$$

Ergo diameter cylindri ostendit, quot mensurae in fundo sint: altitudo multiplicata prodit, quot mensurae superimponantur.

Derowegen wenn man mit der Seite des Maasstabes, da diese Eintheilungen aufgezeichnet sind, den Diameter eines Cylindrischen Gefässes ausmisst: so weis man, wie viel Kannen auf dem Boden stehen können. Misst man nun ferner mit der andern Seite des Visier-Stabes die Länge desselben: so weis man, wie viel Kannen über einander stehen können.

Derowegen wenn man den Diameter durch die Höhe multipliciret: so kommet die Anzahl der Kannen heraus, die das ganze Gefässe fassen kan. Und solchergestalt kan man durch den verfertigten Visier-Stab den Inhalt eines Cylindrischen Gefässes nach dem Kannen-Maase finden.

Anmerkung.

239. Es sey z. E. der Diameter eines Cylindrischen Gefässes 8, die Höhe 12; so haben 96. Kannen in demselben Raum.

Die LXXII. Aufgabe.

240. Ein gegebnes Fas zu visiren, das ist, zu finden, wie viel Kannen in demselben Raum haben.

Auflösung.

Tab. IX. fig. 111. Man misst mit der gehörigen Seite des Visier-Stabes den Diameter des Bodens AB, ingleichen den Diameter des Bauches durch das Spund-Loch CD; dabey mit der andern Seite des Visier-Stabes die Länge des Fasses FE. Weil das Fas mitten bey dem Spund-Loche einen Bauch hat, gegen den Boden aber beyderseits niedergedruckt ist; so nimmt man an (weil es vermöge der Erfahrung zutrift, ob es sich gleich nicht Geometrisch erweisen lässet) daß das Fas einem Cylinder gleich seye, dessen Grund-Fläche der

mitt-

mittlere Arithmetische Proportional-Circul zwischen dem kleinen Circul des Bodens und dem grosen Circul des Bauches ist. Um nun diesen mittlern Proportional-Circul zu finden, so addiret man den grosen Diameter CD und den kleinen AB zusammen und halbiret die Summe. Diese halbe Summe ist der Diameter von der Grund-Fläche des Cylinders; wenn ich nun dieselbe durch die Länge des Fasses FE, die ich mit der andern Seite des Visier-Stabes messe, multiplicire: so kommt die Zahl der Kannen heraus, die in dem Fasse Raum haben. Z. E.

$$AB = 8$$
$$CD = 12$$

$$AB + CD = 20$$
$$\tfrac{1}{2}(AB + CD) = 10$$
$$FE = 15$$

Inhalt des Fasses = 150 Kannen.

Anmerkung.

241. Es ist zu merken, daß man noch keine leichte und richtige Manier ersonnen, Fässer, die nicht voll sind, zu visiren, wenn sie nach der Länge liegen. Will man sie aber auf den Boden sezen und hernach die Höhe der flüssigen Materie an statt der Länge des Fasses annehmen: so kan man nach gegenwärtiger Aufgabe finden, wie viel Kannen darinnen enthalten sind.

Die LXXIII. Aufgabe.

242. Eines ieden irregulären Cörpers Inhalt zu finden.

Auflösung.

Tab. IX. fig. 112. Man legt den Cörper in ein ausgehöletes Parallelepidum und übergieset ihn mit Wasser oder überschüttet ihn mit Sande. Man merkt dabey die Höhe des Wassers oder des wohlgeebneten Sandes AB. Nimmt man den Cörper heraus und merket abermal die Höhe des Wassers oder des Sandes, nachdem er wieder geebnet worden, AC: so weis man BC. Weil nun der Inhalt des Cörpers dem Parallelepipedo DFCGE gleich ist, so misst man desselben Länge FC und Breite CG und sucht den Inhalt desselben, Z.E.

AB = 8′	FC = 12′
AC = 5	CG = 4
BC = 3	48 = area FCG = DBE
	8 = AB
	384 Sol. Parall. ABED
	48 = Area FCG
	5 = AC
	240 sol. Parall. ACGF
	144 = sol. Par. FCGEBD
	= sol. corporis desid.

An-

Anmerkung.

243. Wenn man den Cörper in dergleichen Gefässe nicht wohl legen kan, als wenn man z. E. eine feststehende Statue ausmessen sollte; so darf man nur entweder ein Parallelepipedum oder ein viereckigtes Prisma um denselben aufrichten, den leeren Raum mit Sand ausfüllen und im übrigen, wie vorhin, verfahren.

Die LXXIV. Aufgabe.

244. Neze zu zeichnen, daraus man die Geometrischen Cörper zusammen legen kan.

Auflösung.

1. Das Nez eines Tetraedri.

Man beschreibet einen gleichseitigen Triangel ABC; theilet die Seiten in zween gleiche Theile in D, E und F; ziehet die Linien DE, EF und FD. *Tab. IX. fig. 113.*

2. Das Nez eines Octaedri.

Wenn man die Seite AC in G, BC in H und ED in L verlängert, bis CG = DC, CH = FC, ED = DI, DI = IL wird; so lassen sich die Linien GL, CI und IH ziehen. *Tab. IX. fig. 114.*

3. Das Nez eines Hexaedri oder Würfels.

Man trägt auf die Linie AB die Seite eines Würfels AI viermal so, daß AI = *Tab. IX. fig. 115.*

IL = LN = NB wird und construiret das Rectangulum ACDB dergestalt, daß AC = AI wird. Ferner ziehet man die Linien IK, LM, NO mit AC parallel und verlängert LM und NO beyderseits in E und F, G und H; bis EM = ML = LF und GO = ON = NH wird.

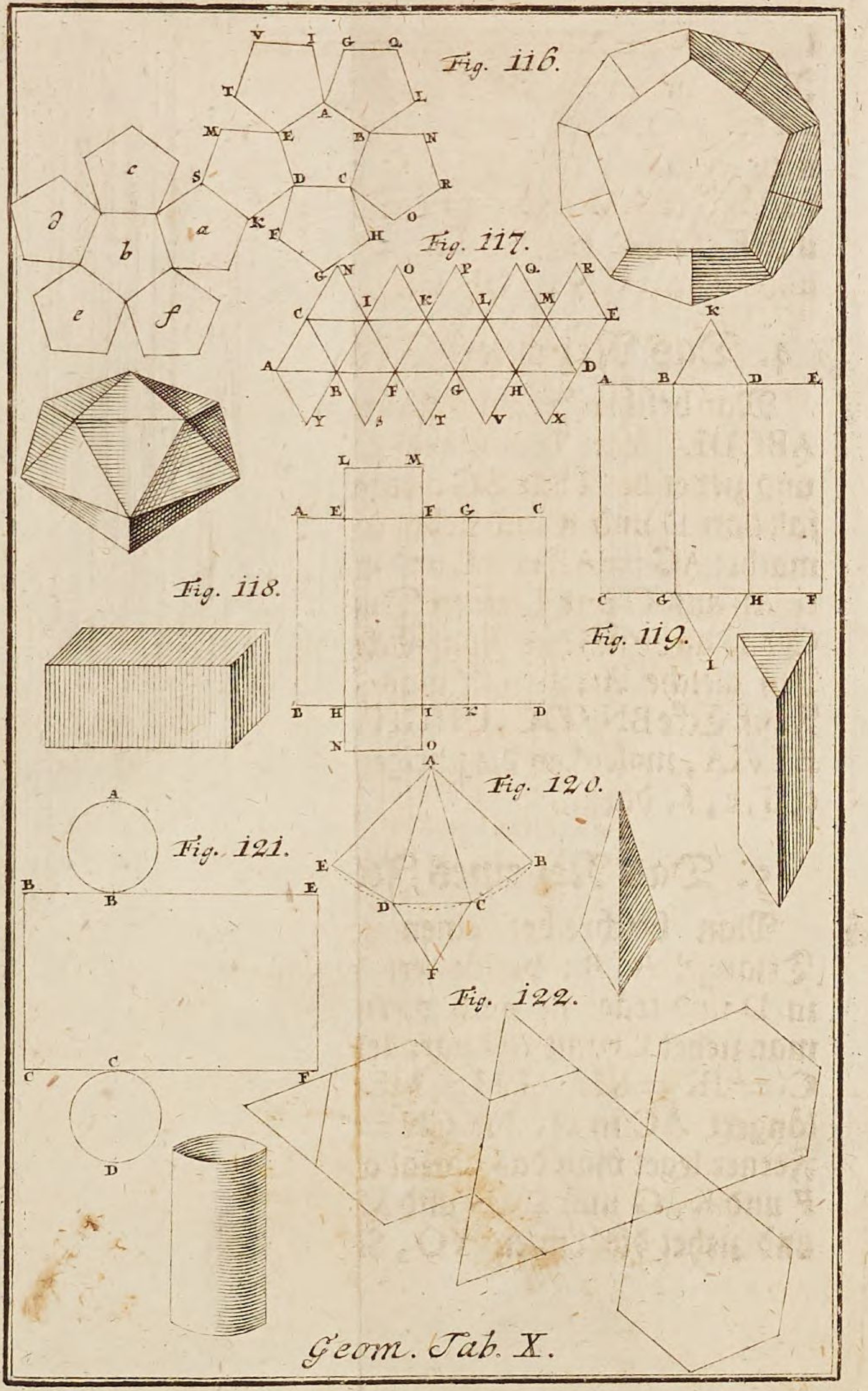
4. Das Nez eines Dodecaedri.

Tab. X. fig. 116. Man beschreibet ein reguläres Fünfecke ABCDE; leget das Lineal an D und A und ziehet die Linie AG; leget es gleichfalls an D und B und ziehet die Linie BL; machet AG = AB = BL und mit der Weite AB aus G und L einen Durchschnitt in Q: so giebt sich das Fünf-Ecke ABLQG. Auf gleiche Art hänget man die übrigen Fünf-Ecke BNROC, CHGFD, DKSME, ETVIA, ingleichen die übrigen sechs a, b, c, d, e, f, daran.

5. Das Nez eines Icosaedri.

Tab. X. fig. 117. Man beschreibet einen gleichseitigen Triangel ACB; verlängert die Linie AB in D und trägt sie noch viermal darauf; man ziehet CE mit AD parallel und machet CI = IK = KL = LM = ME = AB; verlängert AC in N, bis CN = AC wird. Ferner leget man das Lineal an B und I, F und K, G und L, H und M, D und E und ziehet die Linien YO, SP, TQ, VR

und



Geom. Tab. X.

und XE; man legt dasselbe weiter auf D und M, H und L, G und K, F und I, B und C und ziehet die Linien DQ, XP, VO, TN, SC. Endlich machet man MR = ME und BY = BA und ziehet die Linien RE und AY.

6. Das Nez eines Parallelepipedi.

Man trägt auf die Linie BD aus B in H die Breite, aus H in I die Länge, aus I in K die Breite und aus K in D die Länge eines Parallelepipedi; in B richtet man seine Höhe BA perpendicular auf und beschreibet das Rectangulum BACD. Ferner zieht man EH, FI, GK mit AB parallel und verlängert EH beyderseits in L und N, ingleichen FI in M und O, bis LE, MF, IO und NH der Breite des Parallelepipedi BH gleich werden. *Tab. X. fig. 118.*

7. Das Nez eines Prismatis.

Man trägt auf CF die Seiten der Grund-Fläche eines Prismatis CG, GH und HF; beschreibet das Rectangulum CAEF, dessen Höhe CA der Höhe des Prismatis gleich ist. Auf BD und GH construiret man mit AB und DE, CG und HF die △△ BKD und GIH. Wenn die Grund-Fläche ein Fünf-Sechs-Sieben-Ecke ꝛc. ist; so wird aus BD und GH ein Fünf-Sechs-Sieben-Ecke, ꝛc. beschrieben. *Tab. X. fig. 119.*

Das

8. Das Nez einer Pyramiden.

Tab. X. fig. 120. Man beschreibet aus A mit der Seite einer Pyramiden AE einen Bogen EB und trägt darein die Linien des Umfanges von der Grund-Fläche ED, DC, CB und ziehet die Linien AE, AD, AC, AB. Endlich beschreibt auf DC die Grund-Fläche der Pyram.

9. Das Nez eines Cylinders.

Tab. X fig. 121. Für das Neze des Cylinders beschreibet man ein Rectangulum, dessen Höhe BC der Höhe des Cylinders, die Länge CF dem Umfange gleich ist; verlängert man BC in A und D, bis BA und CD dem Diameter gleich werden, und beschreibet die Circul der Grund-Flächen des Cylinders.

Anmerkung.

Man hat noch mehr irreguläre Cörper, davon einige fig. 122. und auf der Tab. X, angeführet sind. Im übrigen merke man, daß die Ränder, die an die Neze gemachet werden, dienen sollen, daß man die Cörper zusammen leimen könne.

E N D E.

Geom. Tab. XI.

Fig. 123.

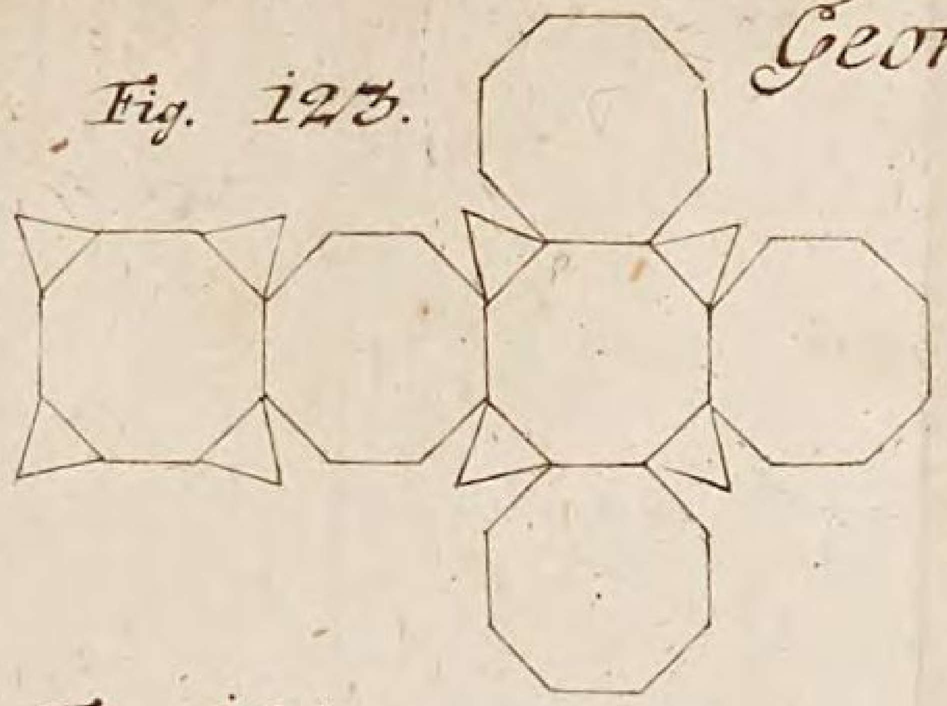


Fig. 124.

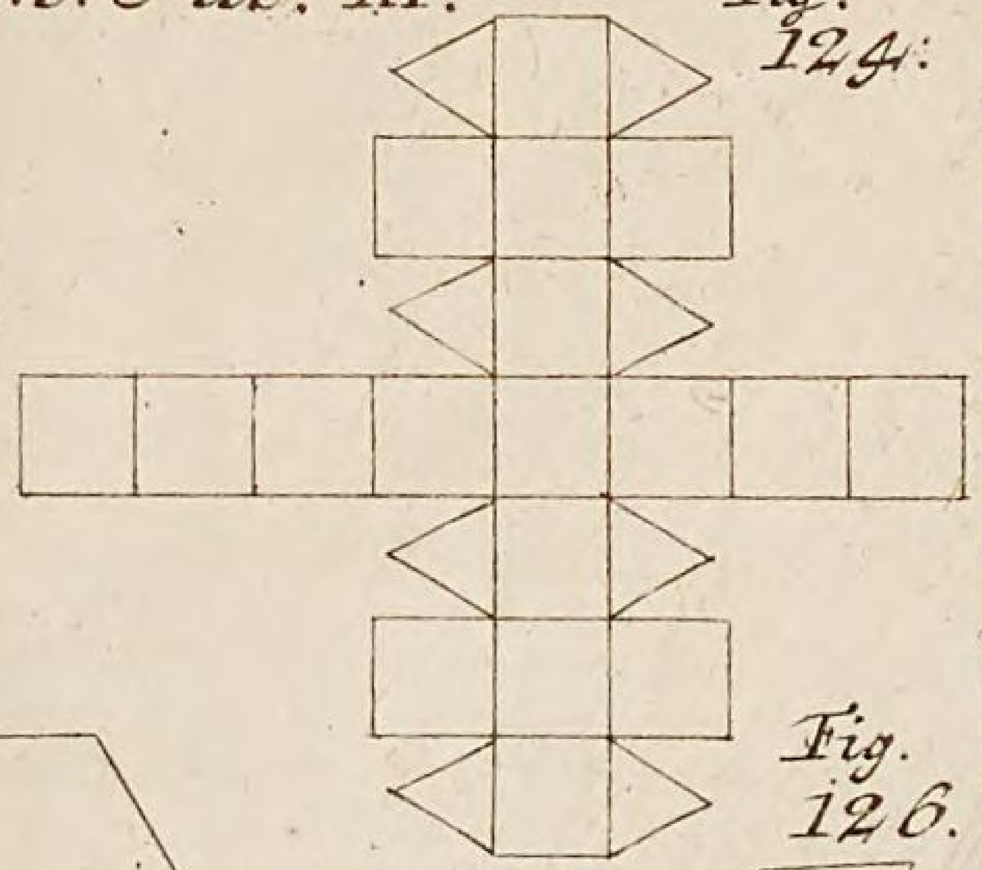


Fig. 125.

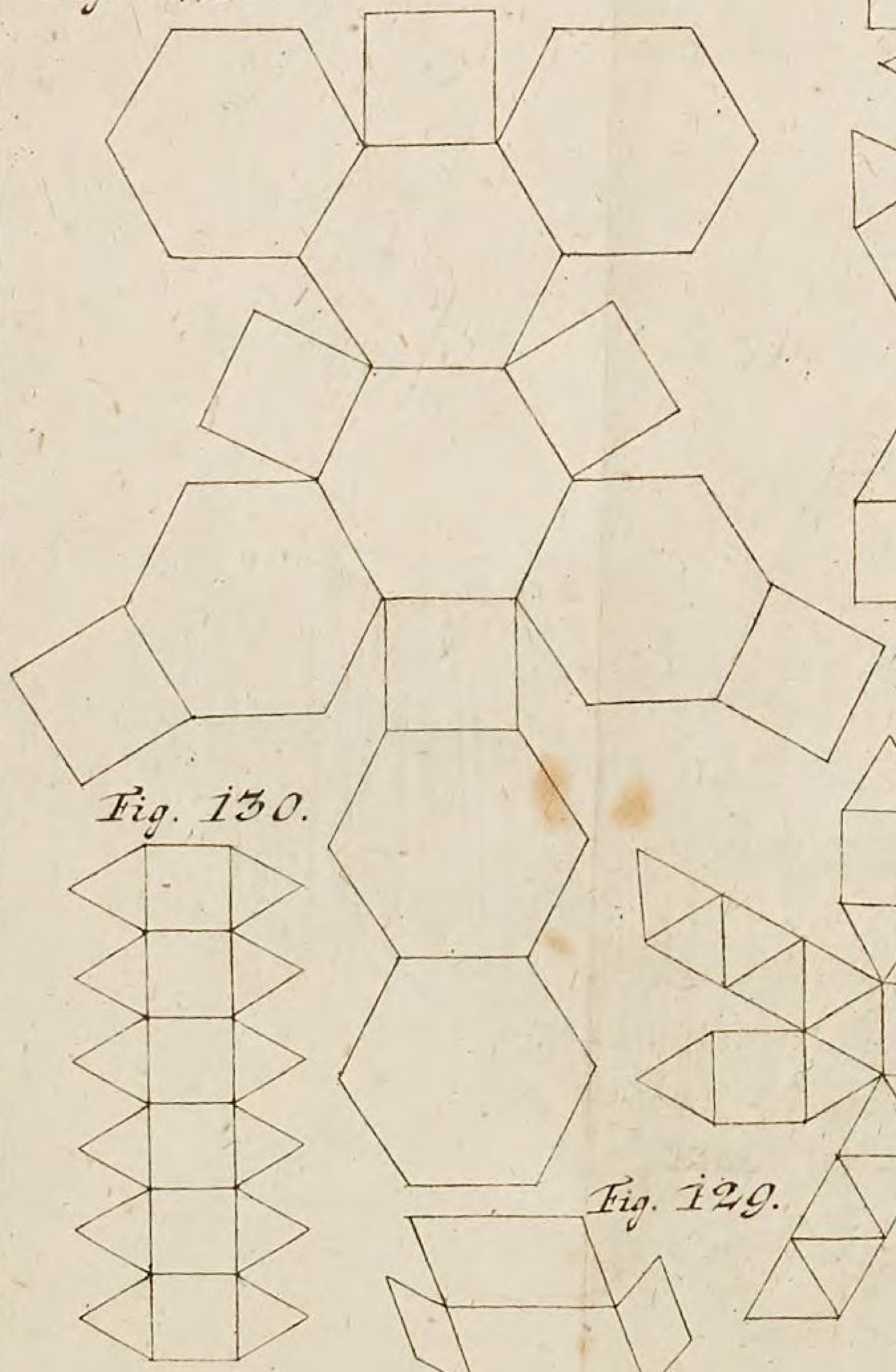


Fig. 126.

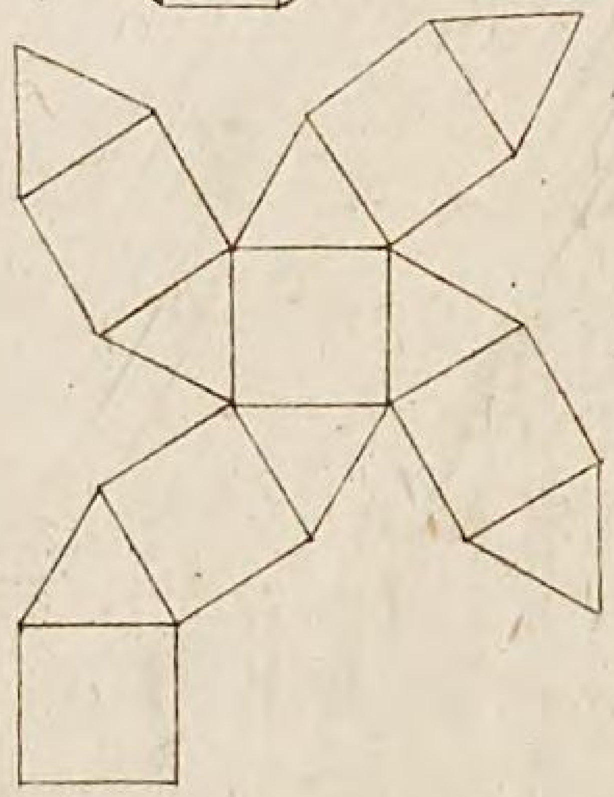


Fig. 127.

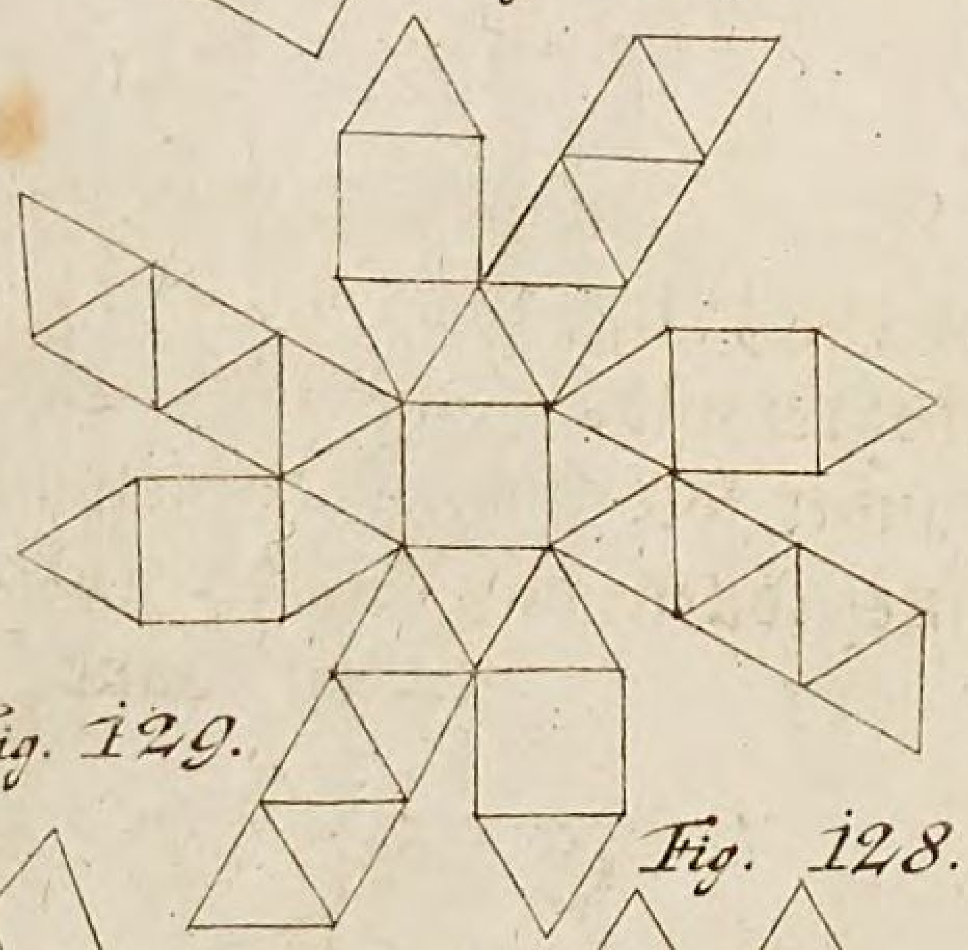


Fig. 130.

Fig. 129.

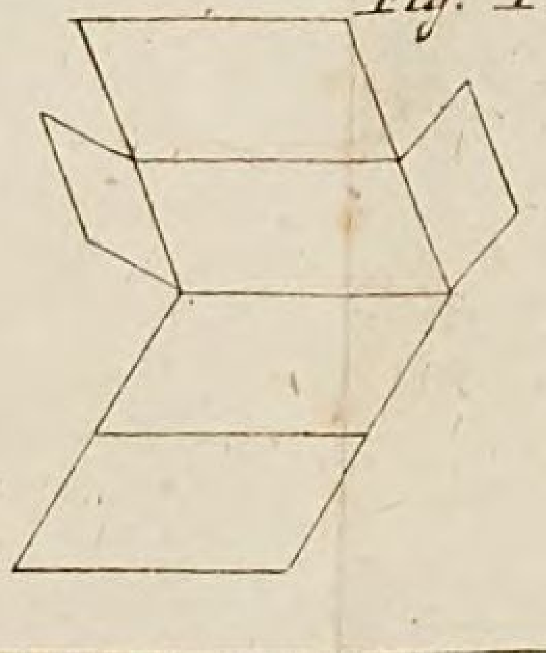
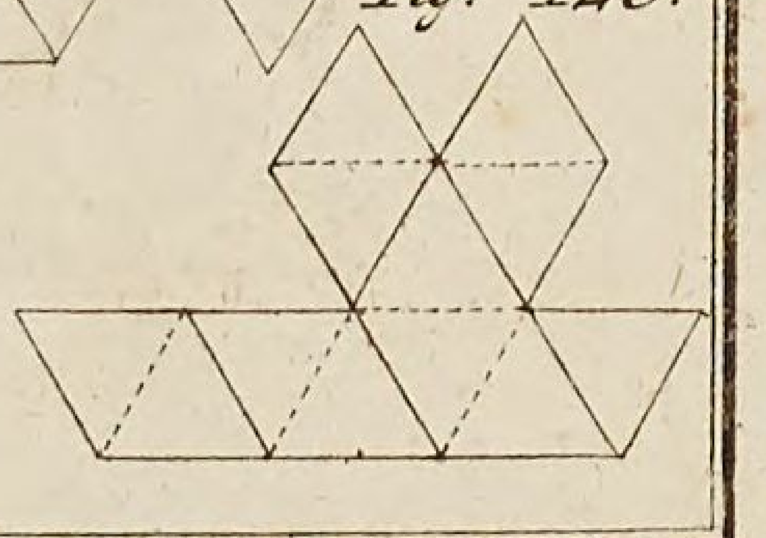


Fig. 128.



BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Roeder, Johann Paul,

Erläuterte Geometrie, das ist geometrische Warheiten nach der gewöhnlichen Art der Characteristick und nach der ordentlichen Methode der Vernunft-Schlüsse

Nürnberg 1754

Bamberg, Staatsbibliothek -- Ma.o.160
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11739988-5
VD18 10856250-004